تصحيح اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 نقاط) :

اختيار الاجابة الصحيحة:

	الاقتراح – أ-	الاقتراح – ب -	الاقتراح – ج-
1. إذا كان باقي قسمة a على b هو 3 نكتب :	$a \equiv 3[b]$		
2. مجموعة كل ثلاثة أعداد طبيعية متتالية هو			يقبل القسمة على 3
3. عدد القواسم الطبيعية للعدد 648			$648 = 2^3 \times 3^4$ عدد القواسم $(3+1)(4+1) = 20$
4. اذا كان: $2017 \equiv -2[3]$ فان: ...		$2017 \equiv -2[3]$ و $3 \equiv 0[3]$ بالجمع $2017 \equiv 1[3]$	
5. (v_n) متتالية عددية حدها الاول v_0		v_4 الحد الخامس	

التمرين الثاني (6 نقاط) :

ليكن العددان $a = 1954$ و $b = 2016$.

1. أ-تعيين باقي قسمة كل من العددين a و b على 5 لدينا $a \equiv 4[5]$ باقي قسمة a على 5 هو 4 و $b \equiv 1[5]$ باقي قسمة b على 5 هو 1.

ب- العددان a و b غير متوافقان بترديد 5 لان ليس لهما نفس باقي القسمة على 5.

ج- لدينا $a \equiv 4[5]$ بالرفع الى قوى 3 نجد $a^3 \equiv 4^3[5]$ بما ان $64 \equiv 4[5]$ فإن $a^3 \equiv 4[5]....(1)$ و و لدينا $b \equiv 1[5]$ بالرفع الى قوى 3 نجد $b^3 \equiv 1[5].....(2)$ و منه $\begin{cases} a^3 \equiv 4[5] \\ b^3 \equiv 1[5] \end{cases}$ بالجمع نجد $a^3 + b^3 \equiv 5[5]$ و منه $a^3 + b^3 \equiv 0[5]$

إذن باقي قسمة $a^3 + b^3$ على 5 هو 0 .

2. أ-لدينا $1955 = (-1) - 1954$ مضاعف للعدد 5 و منه الموافقة $a \equiv -1[5]$ صحيحة .

ب- مما سبق $a \equiv -1[5]$ بالرفع الى قوى 1998 نجد $a^{1998} \equiv (-1)^{1998}[5]$ و منه $a^{1998} \equiv 1[5]$ لان العدد 1998 عدد زوجي . و لدينا $b \equiv 1[5]$ بالرفع الة قوى 1962 نجد $b^{1962} \equiv 1[5]$ و باقي القسمة الاقليدية للعدد b^{1962} على 5 هو 1.

3. لدينا $1954 \equiv -1[5]$ بالرفع الى قوى 1945 نجد $1954^{1945} \equiv (-1)^{1945}[5]$ و منه $1954^{1945} \equiv -1[5]$ بالضرب في (-1) نجد $-1954^{1945} \equiv +1[5]$ و لدينا $2016 \equiv 1[5]$ بالرفع الى قوى 1830 نجد $2016^{1830} \equiv 1[5]$ و منه

$\begin{cases} 2016^{1830} \equiv 1[5] \\ -1954^{1945} \equiv 1[5] \\ 3 \cong 3[5] \end{cases}$ بالجمع نج $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830} \equiv 5[5]$ و $5 \equiv 0[5]$ و منه $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830} \equiv 0[5]$

إذن $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830}$ يقبل القسمة على 5.

التمرين الثالث (8 نقاط) :

1- تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 من أجل القيم من 0 إلى 6 للعدد الطبيعي n

$5^0 \equiv 1[7]$ و $5 \equiv 5[7]$ و $5^2 \equiv 4[7]$ و $5^3 \equiv 6[7]$ و $5^4 \equiv 2[7]$ و $5^5 \equiv 3[7]$ و $5^6 \equiv 1[7]$ و باقي قسمة 5^n على 7 : لما $n=0$ هو 1 و لما $n=1$ هو 5 و لما $n=2$ هو 4 و لما $n=3$ هو 6 و لما $n=4$ هو 2 و لما $n=5$ هو 3 و لما $n=6$ هو 1 .

2- باستعمال خواص الموافقة أنقل ثم أتمم ما يلي :لدينا $5^6 \equiv 1[7]$ بالرفع الى قوى k نجد $5^{6k} \equiv 1[7]$

بالضرب في 5 على التوالي نجد $5^{6k+1} \equiv 5[7]$ و $5^{6k+2} \equiv 4[7]$ و $5^{6k+3} \equiv 6.[7]$ و $5^{6k+4} \equiv 2[7]$ و $5^{6k+5} \equiv 3[7]$.

3- بما $2017 = 6 \times 336 + 1$ و هي من الشكل $6k+1$ و منه $5^{2017} \equiv 5[7]$ أي ان باقي قسمة 5^{2017} على 7 هو 5 .

4- التحقق أن : $6 \equiv -1[7]$ بما ان $6-(-1)=7$ مضاعف للعدد 7 إذن الموافقة صحيحة .

5- بما أن $305 = 6 \times 50 + 5$ هي من الشكل $6k+5$ فإن $5^{305} \equiv 3[7]$ بالضرب في 2 نجد $2 \times 5^{305} \equiv 6[7]$ و

$10 \equiv 3[7]$ بالرفع الى قوى 3 نجد $10^3 \equiv 27[7]$ و $27 \equiv 6[7]$ و منه $10^3 \equiv 6[7]$ بالضرب في 9 نجد

$9 \times 10^3 \equiv 54[7]$ و منه $a \equiv 6 + 54 - 4[7]$ أي ان $a \equiv 56[7]$ و $56 \equiv 0[7]$ إذن $a \equiv 0[7]$ و منه a يقبل القسمة على 7

6- تعيين الأعداد الطبيعية n حتى يقبل العدد $n + 32 + 12^{6n+3}$ القسمة على 7

$12 \equiv 5[7]$ يكافئ $12^{6n+3} \equiv 5^{6n+3}[7]$ و $32 \equiv 2[7]$ و منه $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 2 + 5^{6n+3}[7]$ و $5^{6n+3} \equiv 6.[7]$ و منه $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 2 + 6[7]$ أي $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 1[7]$ و منه $n + 32 + 12^{6n+3}$ القسمة على 7 يكافئ ان $n + 1 \equiv 0[7]$ أي $n \equiv -1[7]$ اي $n = 7k - 1$ حيث ان k عدد طبيعي غير معدوم .

7- (u_n) معرفة بحدها العام $u_n = 3n + 2$

حساب الحدود $u_{3n} = 3(3n) + 2 = 9n + 2$ و $u_{n+1} = 3(n+1) + 2 = 3n + 5$ أي ان $u_{3n} = 9n + 2$ و $u_{n+1} = 3n + 5$

الاستنتاج : $u_{n+1} - u_n = 3n + 5 - (3n + 2) = 3n + 5 - 3n - 2 = 3$ أي ان $u_{n+1} - u_n = 3$