1- جدول تقدم التفاعل

المعادلة	$CaCO_3 + 2H_3O^+ = Ca^{+2} + CO_2 + 3H_2O$					
الحالة	التقدم	كمية المادة (mol)				
ح.ا	0	m_0/M	CV	0	0	بزيادة
و	x	$\frac{m_0}{M}-x$	$CV-2x$	x	x	
ن	x_f	$\frac{m_0}{M}-x_f$	$CV-2x_f$	x_f	x_f	

2- تبيان أن: $m(t)=m_0-10[Ca^{+2}]$

من جدول التقدم: الحالة الوسطية

$$n_t(CaCO_3)=\frac{m_0}{M}-x(t)$$

$$\frac{m(t)}{M}=\frac{m_0}{M}-x(t)$$

$$\Rightarrow m(t)=m_0-Mx(t) \quad ...①$$

من جهة: $n_t(Ca^{+2})=x(t)$

$$\Rightarrow x(t)=[Ca^{+2}].V \quad ...②$$

نعوض ② في ① نجد:

$$m(t)=m_0-MV[Ca^{+2}]$$

AN: $m(t)=m_0-100\times 0,1[Ca^{+2}]$

$$\Rightarrow m(t)=m_0-10[Ca^{+2}]$$

هو المطلوب تبيانه.

3- إيجاد مقدار التقدم الأعظمي

باعتبار التحول المدروس تام $x_f=x_{max}$

من الجدول: الحالة النهائية

$$n_f(CaCO_3)=\frac{m_0}{M}-x_{max}$$

$$\Rightarrow \frac{m_f}{M}=\frac{m_0}{M}-x_{max}$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{m_0-m_f}{M}$$

من البيان: $\begin{cases} m_0=2g \\ m_f=1,5g \end{cases}$

AN: $x_{max}=\frac{2-1,5}{100}=\frac{0,5}{100}$

$$\Rightarrow x_{max}=5.10^{-3}\,mol$$

4) التركيز المولي الإبتدائي C:

إعتمادا على البيان فإن $CaCO_3$ لا يمثل المتفاعل المحد لان: $n_f(CaCO_3)\neq 0$

باعتبار التحول تام فإن شوارد H_3O^+ تمثل المتفاعل المحد ومنه: $n_f(H_3O^+)=0$

$$\Rightarrow CV-2x_{max}=0$$

$$\Rightarrow C=\frac{2}{V}x_{max}$$

AN: $C=\frac{2\times 5.10^{-3}}{0,1}$

$$C=0,1\,\frac{mol}{L}$$

5) تعريف سرعة التفاعل

سرعة التفاعل v هي مشتق التقدم في وحدة الزمن ونكتب: $v=\frac{dx}{dt}$

عبارتها بدلالة m و M

من جدول التقدم: الحالة الوسطية

لدينا من ①: $x(t)=\frac{m_0}{M}-\frac{m(t)}{M}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt}=\left(\frac{dm_0}{dt}-\frac{dm}{dt}\right)\times\frac{1}{M}$$

$$\Rightarrow v=-\frac{dm}{M\,dt}$$

أ) قيمتها عند اللحظة $t=40s$

$$v(t=40s)=-\frac{dm}{M\,dt}\Big/_{t=40s}$$

$$v(t=40)=-\frac{\Delta m}{M\Delta t}$$

برسم مماس عند اللحظة $t=40s$ نجد:

$$v(t=40s)=-\frac{1}{100}\,\frac{(7,25-6,5).0,25}{0-40}$$

$$v(t=40s)=4,7.10^{-5}\,\frac{mol}{s}$$

ب) إستنتاج سرعة تشكل الشاردة Ca^{+2} عند اللحظة $t=40s$

نعلم أن : $v(t=40s) = v(Ca^{+2})_{t=40s}$

$v(t=40s)$: سرعة التفاعل عند $t=40s$

$v(Ca^{+2})_{t=40s}$: سرعة تشكل الشاردة Ca^{+2} عند اللحظة $t=40s$

$$\Rightarrow v(Ca^{+2}) = 4,7.10^{-5}\ mol/s$$

6) تعريف زمن نصف التفاعل

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي

ه نكتب : $x(t=t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

7) تبيان أن : $m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$

من ① : $m(t) = m_0 - M.x(t)$

$t=t_f$: $m(t_f) = m_0 - M x(t=t_f)$

$$\Rightarrow m_f = m_0 - M x_{max} \quad ①$$

$t=t_{1/2}$: $m(t_{1/2}) = m_0 - M x(t_{1/2})$

$$m(t_{1/2}) = m_0 - M\frac{x_{max}}{2} \quad ②$$

من ① : $x_{max} = \frac{m_0 - m_f}{M}$

نعوض عن x_{max} في ② نجد :

$$m(t_{1/2}) = m_0 - \frac{M}{2}\left(\frac{m_0}{M} - \frac{m_f}{M}\right)$$

$$= m_0 - \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

$$= \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

ومنه : $m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$

ه هو المطلوب تبيانه

إستنتاج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

$$m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$$

AN : $m(t_{1/2}) = \frac{2 + 1,5}{2} = \frac{3,5}{2}$

$$m(t_{1/2}) = 1,75g$$

باستعمال السلم نجد : $m(t_{1/2}) = \frac{1,75}{0,25}$

$$\Rightarrow m(t_{1/2}) = 7$$

بالإسقاط نجد : $t_{1/2} = 25s$

أ) تحديد تركيب النواة $^{210}_{84}Po$

$$\begin{cases} Z = 84 \\ N = 210 - 84 = 126 \end{cases}$$

تتكون نواة الـ Po من :

84 بروتون
126 نوترون

ب) كتابة معادلة التفكك النووي

$$^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb^{*} + ^{A}_{Z}X$$

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{0}_{0}\gamma + ^{A}_{Z}X$$

بتطبيق قانوني الانحفاظ نجد :

$$\begin{matrix} A = 4 \\ Z = 2 \end{matrix} \Leftrightarrow ^{A}_{Z}X \equiv ^{4}_{2}He$$

ومنه : $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + \gamma + ^{4}_{2}He$

2) أ) عبارة قانون التناقص للكتلة m

لدينا : $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

من جهة : $N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A$

$N(t) = \frac{m(t)}{M}.N_A$

$$\Leftrightarrow \frac{m(t)}{M}N_A = \frac{m_0}{M}N_A e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow m(t) = m_0 e^{-t/\tau}$$

ب) عبارة m_d بدلالة t, λ, m_0

لدينا : $m_d(t) = m_0 - m(t)$

$$m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow m_d(t) = m_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad ...(*)$$

العلاقة التي تربط $\frac{dm_d}{dt}$ و m, τ

من (*) : $m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-t/\tau}$

بالإشتقاق بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m_0 e^{-t/\tau}$$

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m(t)$$

3-1) إيجاد قيمة ثابت الزمن τ

- البيان خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته : $\frac{dm_d}{dt} = a\,m$

نظريا : $\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m$

بمطابقة العلاقتين نجد :

$$\frac{1}{\tau} = a \Rightarrow \tau = \frac{1}{a}$$

حيث a : ميل المستقيم

$$a = \frac{\Delta\, dm_d/dt}{\Delta t} = \frac{0{,}8.10^{-7} - 0}{1{,}4}$$

$$a = 0{,}57.10^{-7} \; ... (SI)$$

ومنه : $\tau = 1{,}75.10^{7}s$

تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الإبتدائية

قيمته ، $t_{1/2} = \tau \ln 2$

AN : $t_{1/2} = 1{,}2.10^{7}s$

$$t_{1/2} = \frac{1{,}2.10^7}{86400} \Rightarrow t_{1/2} = 138{,}9J$$

<= النواة $^{A}_{Z}X$ المشعة هي : $^{210}_{84}Po$

4) المدة الزمنية لإنعدام كتلة العينة

$$m(t) = 1\% m_0 \Rightarrow m(t) = \frac{1}{100}m_0$$

$$m_0 e^{-t/\tau} = \frac{1}{100}m_0 \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{1}{100}$$

$$\ln e^{-t/\tau} = \ln\frac{1}{100} \Rightarrow \frac{t}{\tau} = \ln 100$$

$$\Rightarrow t = \tau \ln 100 \Rightarrow t = 4{,}6\tau$$

$$t \simeq 5\tau$$

هذه النتيجة يمكن تعميمها لجميع الأنوية المشعة لأن عبارة اللحظة لا تحوي مقادير خاصة ببعض الأنوية

1. لتفريغ المكثفة نضع البادلة في الوضع (2)

2- حساب $u_{R_2}(t=0)$ ، $u_C(t=0)$

$$\begin{cases} u_C(t=0) = E \\ u_{R_2}(t=0) = -E \end{cases}$$

3- تبيان أن : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_C + u_{R_2} = 0$$

باشتقاق المساواة بالنسبة للزمن

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

من جهة : $\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$

حسب قانون أوم :

$$u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{u_{R_2}}{R_2 C}$$

ومنه : $\frac{u_{R_2}}{R_2 C} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$

نضع : $\tau = R_2 C$ نجد

$$\frac{u_{R_2}}{\tau} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

$\times \tau$: $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$

هو المطلوب.

حيث : $\tau = R_2 C$

4- تبيان أن : $u_{R_2}(t) = A e^{-t/\tau}$ حل للمعادلة

لدينا : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0 \ ...(1)$

$$u_{R_2}(t) = A e^{-t/\tau} \ ...(2)$$

$$\frac{du_{R_2}}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \ ...(3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) نجد :

$$\tau \times -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + A e^{-t/\tau} \stackrel{?}{=} 0$$

$$-A e^{-t/\tau} + A e^{-t/\tau} = 0$$

$$0 = 0$$

$\therefore u_{R_2} = A e^{-t/\tau}$ حل للمعادلة (1)

عبارة الثابت A

$$u_{R_2} = A e^{-t/\tau}$$

باستعمال الشروط الابتدائية :

$$u_{R_2}(t=0) = -E$$

$$u_{R_2}(t=0) = A e^{0} = A$$

$$\Rightarrow A = -E$$

ومنه : $u_{R_2}(t) = -E e^{-t/\tau}$

5- استنتاج عبارة التوتر $u_C(t)$:

حسب قانون جمع التوترات عند لحظة t :

$$u_C(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$\Rightarrow u_C(t) = -u_{R_2}(t)$$

$$\Rightarrow u_C(t) = E e^{-t/\tau}$$

6- عبارة $E_C(t)$ بدلالة t ، τ و $E_C(0)$

بالتعريف : $E_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$t = 0 \Rightarrow E_C(0) = \frac{1}{2} C E^2$$

ومنه : $E_C(t) = E_C(0) e^{-2t/\tau}$

إيجاد قيمة كل من : $E_C(0)$ و τ

البيان $\ln(E_C(t)) = f(t)$ عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته :

$$\ln(E_C(t)) = at + b$$

حيث a : ميل المستقيم

التمرين 03 (تابع)

$$a = \frac{\Delta \ln(E_c(t))}{\Delta t}$$

AN: $$a = \frac{-9{,}12 - (-8{,}62)}{5.10^{-3} - 0}$$

$$a = \frac{-9{,}12 + 8{,}62}{5.10^{-3}}$$

$$a = -100$$

من جهة: $b = -8{,}62$

ومنه:

$$\ln(E_c(t)) = -100t - 8{,}62 \quad ...(1)$$

العلاقة النظرية:

$$E_c(t) = E_c(0)\, e^{-2t/\tau}$$

$$\ln(E_c(t)) = -\frac{2}{\tau}t + \ln E_c(0) \quad ...(2)$$

بالمطابقة نجد:

* $\ln E_c(0) = -8{,}62$

$$\Rightarrow E_c(0) = e^{-8{,}62}$$

$$E_c(0) = 1{,}8.10^{-4}\, J$$

* $-\frac{2}{\tau} = -100 \Rightarrow \tau = \frac{2}{100}$

$$\tau = 0{,}02\, s$$

استنتاج قيمة E و C

لدينا: $\tau = R_2 C$

$$\Rightarrow C = \frac{\tau}{R_2}$$

AN: $$C = \frac{0{,}02}{10^3}$$

$$C = 2.10^{-5} F$$

$$C = 20\,\mu F$$

لدينا: $E_c(0) = \frac{1}{2} C E^2$

$$\Rightarrow E = \sqrt{\frac{2E_c(0)}{C}}$$

AN: $$E = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}8.10^{-4}}{2.10^{-5}}}$$

$$E = 4{,}24\, V$$

7. تبيان أن: $C' = \frac{C}{3}$

لتقليص مدة التفريغ يجب ربط المكثفة C' والمكثفة C على التسلسل

لدينا: $$\begin{cases} \tau_1 = R_1 C \\ \tau' = R_2 C_{éq} \end{cases}$$

حسب المعطيات: $\tau' = \frac{1}{2}\tau_1$

$$\Rightarrow R_2 C_{éq} = \frac{1}{2} R_1 C$$

$$R_2 = 2R_1 \Rightarrow 2R_1 C_{éq} = \frac{1}{2} R_1 C$$

$$\Rightarrow C_{éq} = \frac{1}{4} C$$

$C_{éq}$: السعة المكافئة للسعتين C, C' الموصولتين على التسلسل حيث:

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_{éq} = \frac{C.C'}{C+C'}$$

ومنه:

$$\frac{C.C'}{C+C'} = \frac{1}{4} C$$

$$\Rightarrow \frac{C'}{C+C'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4C' = C + C'$$

$$\Rightarrow 3C' = C$$

$$\Rightarrow C' = \frac{C}{3}$$

وهو المطلوب.

1-1) عبارة C بدلالة V_0، V و V_m

لدينا: $n = CV$

$$\frac{V_0}{V_m} = CV$$

$$\Rightarrow C = \frac{V_0}{V_m . V}$$

قيمة C: $A.N: \; C = \frac{0,12}{24 \times 0,5}$

$$C = 10^{-2} \; mol/l$$

1-2) معادلة التفاعل الحاصل

$$NH_3 + H_2O = NH_4^+ + HO^-$$

1-3) جدول التقدم

المعادلة		NH_3	H_2O	NH_4^+	HO^-
ح الحالة	التقدم	كمية المادة (mol)			
إ	0	CV	بوفرة.	0	0
و	x	$CV-x$	بوفرة.	x	x
ن	x_f	$CV-x_f$	بوفرة.	x_f	x_f
التحول تام	x_m	$CV-x_m$	بوفرة.	x_m	x_m

1-4) عبارة τ_1 بدلالة pH، C، K_e

بالتعريف: $\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}}$

من الجدول: الحالة النهائية

$$x_f = [HO^-]V \Rightarrow x_f = 10^{pH-Ke} . V$$

باعتبار التحول تام: $x_{max} = CV$

$$\Rightarrow \tau_1 = \frac{10^{pH-Ke}}{C}$$

قيمة τ_1: $A.N: \; \tau_1 = 10^{-1,4}$

$$\tau_1 = 0,04$$

الاستنتاج: $\tau_1 < 1$

تفاعل النشادر NH_3 مع الماء محدود

1-5) عبارة K بدلالة C و τ_1

$$K = \frac{[HO^-]_f \cdot [NH_4^+]_f}{[NH_3]_f}$$

لدينا: $\tau_1 = \frac{[HO^-]_f}{C} \Rightarrow [HO^-]_f = \tau_1 C$

حسب قانون انحفاظ الشحنة:

$$[NH_4^+]_f = [HO^-]_f \Rightarrow [NH_4^+]_f = \tau_1 C$$

من الجدول: $[NH_3]_f = C - \frac{x_f}{V}$

$$[NH_3]_f = C - [HO^-]_f$$

$$\Rightarrow [NH_3]_f = C - \tau_1 C$$

ومنه: $K = \frac{\tau_1^2 . C^2}{C - \tau_1 C}$

$$\Rightarrow K = \frac{\tau_1^2}{1-\tau_1} . C$$

حساب K: $K = \frac{(0,04)^2}{1-0,04} . 10^{-2}$

$$K = 1,67 . 10^{-5}$$

1-6) استنتاج قيمة pKa_1 :

$$pKa_1 = 9,2$$

$$K = \frac{[HO^-]_f . [NH_4^+]_f}{[NH_3]_f} . \frac{[H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f}$$

$$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f . [NH_3]_f} \times [H_3O^+]_f . [HO^-]_f$$

$$K = \frac{Ke}{Ka_1} \Rightarrow Ka_1 = \frac{Ke}{K}$$

$$A.N: \; Ka_1 = \frac{10^{-14}}{1,67 . 10^{-5}}$$

$$Ka_1 = 6 . 10^{-10}$$

من جهة: $pKa_1 = -\log Ka_1$

$$\Rightarrow pKa_1 = 9,2$$

وهو المطلوب.

2-1) إثبات أن :

$$\tau = \frac{V_1}{V_2\left(1 + 10^{pH - pKa_1}\right)}$$

جدول التقدم :

المعادلة	CH_3COOH +	NH_3 =	NH_4^+ +	CH_3COO^-
ح. إبتدائية	CV_2	CV_1	0	0
ح. انتقالية	$CV_2 - x$	$CV_1 - x$	x	x
ح. نهائية	$CV_2 - x_f$	$CV_1 - x_f$	x_f	x_f
باعتبار التحول تام	$CV_2 - x_m$	$CV_1 - x_m$	x_m	x_m

بالتعريف : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ ..(*)

تحديد عبارة x_{max}

باعتبار التحول تام : $x_{max} = CV_2$

تحديد عبارة x_f

من أجل الثنائية (NH_4^+/NH_3) : لدينا :

$$pH = pKa_1 + \log \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = 10^{pH - pKa_1} \quad \text{--- (1)}$$

من جدول التقدم : الحالة النهائية

$$[NH_3]_f = \frac{CV_1 - x_f}{V_T}$$

$$[NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V_T}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = \frac{CV_1 - x_f}{x_f} \quad ..(2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{CV_1 - x_f}{x_f} = 10^{pH - pKa_1}$$

$$\Rightarrow x_f\left(10^{pH - pKa_1}\right) = CV_1 - x_f$$

$$x_f\left(10^{pH - pKa_1}\right) + x_f = CV_1$$

$$x_f\left(1 + 10^{pH - pKa_1}\right) = CV_1$$

$$\Rightarrow x_f = \frac{CV_1}{1 + 10^{pH - pKa_1}}$$

بتعويض عبارة x_{max} و x_f في (*) نجد :

$$\tau = \frac{V_1}{V_2\left(1 + 10^{pH - pKa_1}\right)}$$

حساب τ

من أجل $pH = pKa_1$ و $V_2 = \frac{V_1}{2}$ نجد :

$$\tau = 1$$

الاستنتاج : التفاعل تام

2-3) إيجاد K بدلالة pKa_1 , pKa_2

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \cdot [NH_4^+]}{[CH_3COOH]_f \cdot [NH_3]_f} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = [H_3O^+]_f \cdot \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \cdot \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f \cdot [NH_3]_f}$$

$$K = \frac{Ka_2}{Ka_1} = \frac{10^{-pKa_2}}{10^{-pKa_1}}$$

$$\Rightarrow K = 10^{pKa_1 - pKa_2}$$

حساب قيمة K

$$K = 10^{9,2 - 4,8} \Rightarrow K = 10^{4,4}$$

$$K = 2,5 \cdot 10^{4}$$

الاستنتاج : $K > 10^4$: التحول تام وتتوافق هذه القيمة مع نتيجة السؤال السابق .

1-1) إيجاد تغير الطاقة الكامنة الثقالية

$$\Delta E_{pp} = E_{pp_f} - E_{pp_i}$$

$$\Delta E_{pp} = - E_{pp_i}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{pp} = - m g H$$

قيمة ΔE_{pp}

لدينا: $\rho_a = \frac{m}{V}$

$$\Rightarrow m = \rho_a . V$$

مع: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\Rightarrow m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a$$

ومنه: $\Delta E_{pp} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g H$

AN: $\Delta E_{pp} = -0,018\,J$

2-1) قيمة السرعة v_1

الدراسة الحركية

أثناء سقوط الكرية في الهواء فهي خاضعة فقط لقوة ثقلها

∴ الكرية في سقوط حر

بتطبيق قانون نيوتن II:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

ومنه: $\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور الموجه

$$a = g$$

$$a = cte ، a > 0$$

$$\vec{a}.\vec{v} > 0$$

حركة الكرية مستقيمة متسارعة بانتظام

ومنه:
$$\Rightarrow \begin{cases} v = g t \quad ...(1) \\ z = \frac{1}{2} g t^2 \quad ...(2) \end{cases}$$

عند بلوغ الكرية السطح الحر للسائل:

$$z = H$$

من (2):
$$H = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

بتعويض t في (1) نجد سرعة الكرية v_1

$$v_1 = g\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$v_1 = \sqrt{2gH}$$

AN: $v_1 = \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,46}$

$$v_1 = 3\,m/s$$

الدراسة الطاقوية

حسب مبدأ انحفاظ الطاقة:

$$E_{c_0} + W(\vec{P}) = E_{c_1}$$

$$m g H = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH}$$

AN: $v_1 = 3\,m/s$

3-1) قيمة الطاقة الميكانيكية

عند الإنطلاق: $E_m = E_{c_0} + E_{pp_0}$

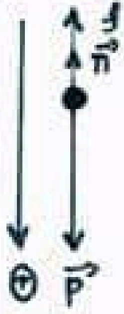
$$E_m = m g H$$

$$E_m = 0,018\,J$$

2-2) نبين أن: $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B$

بتطبيق قانون نيوتن II: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$



بالإسقاط على المحور الموجه

$$P - \pi - f = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{P - \pi - f}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} = (P - \pi)\frac{1}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = (mg - m_L g)\frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right)$$

وتمثل معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى من الشكل

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \dots (*)$$

2-2) عبارة τ و B

بالمطابقة نجد:

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$$

ويمثل الزمن المميز للسقوط

$$B = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right)$$

ويمثل التسارع الابتدائي

2-3) تبيان أن:

$$v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$$

حل للمعادلة

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \quad \dots (1)$$

$$v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B \quad \dots (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau} \quad \dots (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) نجد

$$-\frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau} + \frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} - Be^{-t/\tau} + B = B$$

$$\Rightarrow B = B$$

ومنه: $v = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$ حل للمعادلة.

2-4) عبارة $v(t)$ بدلالة v_1 ، τ و v_{Lim}

من (*) في النظام الدائم: $v = v_{Lim} = cte$

$$\Rightarrow \frac{v_{Lim}}{\tau} = B$$

$$\Rightarrow v_{Lim} = \tau B$$

ومنه: $$v(t) = (v_1 - v_{Lim})e^{-t/\tau} + v_{Lim}$$

3) السرعة الحدية v_{Lim}

بيانيا نجد: $v_{Lim} = 0,38\ m/s$

$v_{Lim} = 0,38\ m/s$

معامل اللزوجة η

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r} \Rightarrow \eta = \frac{m}{6\pi r \tau}$$

$$\eta = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a}{6\pi r \tau}$$

$$\eta = \frac{2r^2\rho_a}{9\tau}$$

بيانيا: $\tau = 39,6 \cdot 10^{-3}\ s$

$$\eta = \frac{2(5\cdot 10^{-3})^2 \cdot 7800}{9 \times 39,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$\eta = 5\ Kg/m.s$$

الكتلة الحجمية ρ_L

$$B = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right) \Rightarrow \rho_L = \rho_a\left(1 - \frac{B}{g}\right)$$

من جهة: $B = \frac{v_{Lim}}{\tau}$

$$\Rightarrow \rho_L = \rho_a\left(1 - \frac{v_{Lim}}{\tau . g}\right)$$

AN: $$\rho_L = 7800\left(1 - \frac{0,38}{39,6\cdot 10^{-3} \times 9,8}\right)$$

$$\rho_L = 7800 \times 0,02$$

$$\rho_L = 156\ Kg/m^3$$