الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

القسم : 3 رياضيات | السنة الدراسية 2018/2017

الفرض الأول للفصل الثالث في مادة الرياضيات | المدة : ساعة

- ***التمرين الأول :(10نقاط)***

I. ***نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة*** $\mathbb{C}$ ***كثير الحدود :*** $P(z) = z^3 - 2\sqrt{3}z^2 + 4z$

1. ***حل في*** $\mathbb{C}$ **المعادلة :** $P(\bar{z}) = 0$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتين : A و B حيث :

$z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \sqrt{3} - i$

1. اكتب العددين z_A ، z_B على الشكل الأسي ، ثم أنشئ النقطتين A و B .

2. r دوران مركزه O ، و زاويته $\frac{\pi}{3}$

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .
- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A' .

3. h تحاكي مركزه O ، و نسبته $\frac{-3}{2}$

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B' .

4. ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها ، و z_ω لاحقة النقطة ω .

أ) باستعمال الخاصة : $z\bar{z} = |z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية : $z_\omega \overline{z_\omega} = R^2$

$$\left(z_\omega + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_\omega} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right) = R^2 \quad ، \quad (z_\omega - 2i)(\overline{z_\omega} + 2i) = R^2$$

ب) استنتج أن : $z_\omega - \overline{z_\omega} = 2i$ و $z_\omega + \overline{z_\omega} = \frac{-4\sqrt{3}}{3}$

ج) استنتج z_ω لاحقة النقطة ω و قيمة R . ثم أنشئ الدائرة (C)

5. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ***(M تختلف عن A و B) ذات اللاحقة*** z التي يكون من أجلها العدد $\frac{z_A - z}{z_B - z}$ حقيقيا سالبا تماما .