إمتحان بكالوريا تجريبي
المستوى: 3 **تقني رياضي**

إختبار في مادة الرياضيات | **المدة:** 4 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيّن التاليين:
الموضوع الأول

❀ **التمرين الأول:** (4.5 نقاط)

1. ☜ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2+2\mathrm{i}\sqrt{3}$ و أكتب الحلول على الشكل الأسي

2. ☜ المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها: $z_A=-1-\mathrm{i}\sqrt{3}$ ، $z_B=-z_A$ ، $z_C=2$ و $z_D=\overline{z_A}$ على الترتيب.

أ) أنشيء النقط A ، B ، C ، D

ب) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي، ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

ج) عيّن مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

3. ☜ بيّن أن العدد $\left(\dfrac{z_D}{2}\right)^{1954}\times\left(\dfrac{z_B}{2}\right)^{1439}\times\left(\dfrac{z_A}{2}\right)^{2018}$ حقيقي.

4. ☜ لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللّاحقة z حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)=z_B.\overline{z_B}$

أ) عيّن طبيعة المجموعة (E) مع تحديد عناصرها المميزة.

ب) عيّن (E') صورة (E) ب التحاكي h الذي مركزه A و نسبته -2

5. ☜ لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللّاحقة z حيث: $\arg\left(\mathrm{i}\left(\overline{z}-z_A\right)\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ حيث $(k\in\mathbb{Z})$

ـ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) .

❀ **التمرين الثاني:** (4.5 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كريتين من الصندوق U_2

1. ☜ أحسب إحتمال الحوادث التالية:

الحادثة A : الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم

الحادثة B : من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كريتين تحملان الرقم 2 .

الحادثة C : جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاثة يساوي 6 .

2. ☜ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ) عيّن قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي

ب) أحسب التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

❀ **التمرين الثالث:** (4 نقاط)

I) (U_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأول U_1 و أساسها q : $\begin{cases} U_1 + 2U_2 + U_3 = 100 \\ U_1 \times U_3 = 256 \end{cases}$

1. ☜ أحسب كل من U_2 ، U_1 ، U_3 و الأساس q ، ثم تحقق أن $U_n = 4^n$.

2. ☜ أحسب بدلالة n كل من المجموع: $S_n = U_1 + U_2 + ... + U_n$ و الجداء $P_n = U_1 \times U_2 \times ... \times U_n$

II) 1. ☜ أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 5^n على 7

2. ☜ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $19^{6n+9} + 2^{6n+4} + 50^{3n+2} - 5^{6n+4} \equiv 0\,[7]$

3. ☜ نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \dfrac{1}{\ln 2}\left[\ln 4 + \ln 4^2 + ... + \ln 4^n\right]$

ـ أحسب S'_n بدلالة n ، ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S'_n + 3n^2 - n - 5^{2018} \equiv 0\,[7]$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 - 2\ln(x)$

1. ☜ أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. ☜ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = x + \dfrac{1-(\ln x)^2}{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $1cm$)

1. أ) ☜ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) برهن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ، ثم إستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. ☜ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)+(\ln x)^2}{x^2}$

ب) أحسب $f'(1)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ج) إستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

3. أ) ☜ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

4. ☜ أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث: $0.3 < \alpha < 0.4$

ب) أنشىء (Δ) و (C_f) .

5. ☜ أ) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 1$ و $x = \lambda$

حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من e

ب) عيّن قيمة العدد الحقيقي λ بحيث: $S(\lambda) = \dfrac{4}{3}cm^2$

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

❀ **التمرين الأول:** (5 نقاط)

1. ☜ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z الأتية: $(z-3)(z^2-4z+13)$

2. ☜ المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها: $z_A = \mathrm{i}$ ، $z_B = 3$ ، $z_C = 2-3\mathrm{i}$ و $z_D = 2+3\mathrm{i}$ على الترتيب.

أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسي، ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه A و يحول B إلى C ، ثم حدّد نسبته و زاويته

3. ☜ أ) عيّن المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ من المستوي بحيث: $\arg(z-z_A)^2 = 2\arg(z_A) + \arg(z-z_B)^2$

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S مع تحديد عناصرها المميزة .

4. ☜ نعرف متتالية النقط $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي: $A_{n+1} = S(A_n)$ و $z_0 = 1+\mathrm{i}$ حيث (z_n لاحقة النقطة A_n)

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = (1-\mathrm{i})^n + \mathrm{i}$

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AD) .

❀ **التمرين الثاني:** (4 نقاط)

I) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $5x - 6y = 3.....(1)$

1. ☜ بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) : فإنّ x مضاعف للعدد 3 .

2. ☜ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) ، ثم عيّن الأعداد الصحيحة b بحيث: $\begin{cases} b \equiv -1\,[6] \\ b \equiv -4\,[5] \end{cases}$

II) 1. ☜ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9

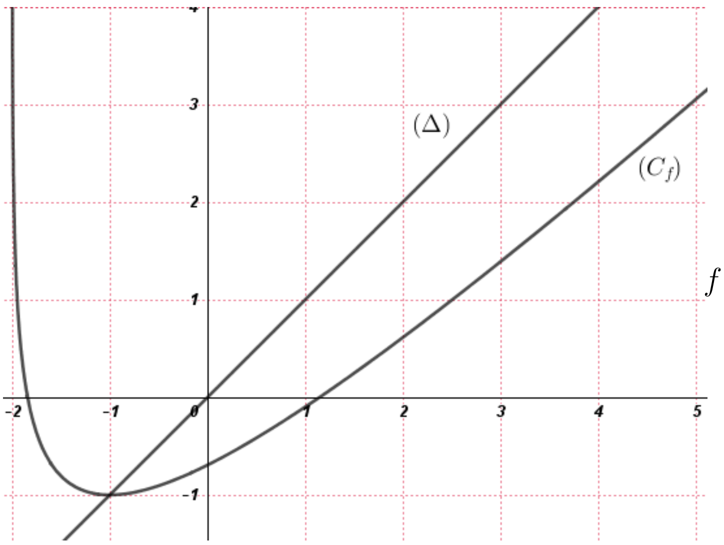
2. ☜ بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) حيث x و y عددين طبيعيين، فإن العدد: $2^{x-1} - 4^{3y} + 3\times 2^{2017}$ مضاعف للعدد 9 .

III) A و B عددان طبيعيان حيث: A يكتب $\overline{1\alpha0\alpha00}^{3}$ في النظام ذي الأساس 3

و B يكتب $\overline{\alpha\beta0\alpha}^{5}$ في النظام ذي الأساس 5

- عيّن α و β حتى تكون الثنائية $(A;B)$ حل للمعادلة (1) .

التمرين الثالث: (4 نقاط)



نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي:

$f(x) = x - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$

1. ☜ أحسب $f(-1)$ ثم بقراءة بيانية حدّد إتجاه تغير الدالة f

2. ☜ نعرف المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

أ) أنقل الشكل المقابل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 (دون حساب الحدود)

- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها إطلاقا من التمثيل السابق

.2 ☜ أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geqslant -1$

ب) بيّن أن (U_n) متناقصة تماما، ثم إستنتج أنها متقاربة و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

.3 ☜ نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة بحدها الأول $V_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$V_n = \ln\left[(U_0+2)(U_1+2)\times ...\times(U_{n-1}+2)\right]$$

أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 3 - U_n$

ب) إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[(U_0+2)(U_1+2)\times ...\times(U_{n-1}+2)\right]$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x+1)e^x - 1$

.1 ☜ أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

.2 ☜ أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x(1-e^{-x})^2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $1cm$)

.1 ☜ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

.2 ☜ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

.3 ☜ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = (e^{-x} - 1)\,g(-x)$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

.4 ☜ أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)

ج) إستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها،

د) أنشىء (Δ) ، (T) و (C_f) . $(f(-\frac{5}{4}) \approx -7.75)$

.5 ☜ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = mx$

.6 ☜ أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $2f(x) + 3f'(x) + f''(x) = 3 + 2x - 2e^{-x} - e^{-2x}$

ب) أحسب S مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$

إنتهى الموضوع الثاني