الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

إمتحان بكالوريا تجريبي دورة 2018

الشعبة: علوم تجريبية

إختبار في مادة : الرياضيات **المدة : C_4^3**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا نميز بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق

1)نعتبر الحادثتين التاليتين :

A : (الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون) .

B: (الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى) .

بين أن :

$P(A) = \frac{3}{44}$ $P(B) = \frac{3}{11}$

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحابة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها :

أ)حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائيX

ب)حدد قانون احتمال المتغير العشوائيX وأسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس$(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A = 4+2i$ ؛ $z_B = 3-i$

ç) 1)أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب. $\frac{z_B - z_A}{z_B}$

È) إستنتج طبيعة المثلث. ABO

2)نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطةM' لاحقتهاz' والذي

يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O.

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z' = -iz+1+3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R.

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

هـ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z-4-2i| = |z|$.

3) أ) من أجل $z \neq 2+i$ ؛ نضع: $L = \dfrac{z'-2-i}{z-2-i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.

ج) بيّن أنّ $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$.

التمرين الثالث : (6 نقاط)

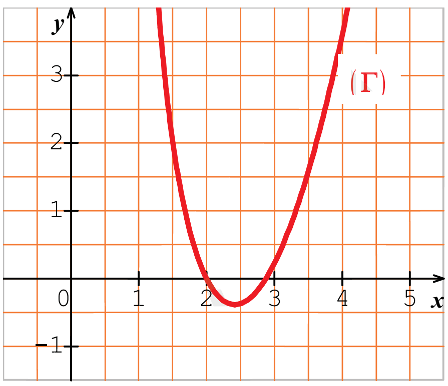
I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $g(x) = x^2-2x-4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ؛ عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x)=0$.

2) أحسب $g(2)$ ؛ ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $2{,}87 < \alpha < 2{,}88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.



II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $f(x) = x-3+\dfrac{4\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 1} f(x)$ ؛ وفسر النتيجة بيانيًا ؛ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

Ė) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3{,}9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي . $h(x) = \left[\ell n(x-1)\right]^2$:

Ç) أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

Ė) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ؛ ثم فسر النتيجة بيانيًا .

التمرين الرابع : (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي: n . $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث. $v_n = \ell n u_n$:

Ç) 1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

Ė) أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة. n

2) من أجل كل عدد طبيعي n ؛ نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ؛ $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$.

Ç) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي: n . $P_n = e^{S_n}$

Ė) أكتب عبارة S_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة. n

Ì) عيّن نهاية المتتالية (S_n) ؛ إستنتج نهاية المتتالية . (P_n)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس. $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته: $-2x+y+z-6=0$ ؛ والمستوي (P_2) الذي معادلته: $x-2y+4z-9=0$.

1) أثبت أنّ: (P_1) و (P_1) متعامدان.

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 3t - 8 \\ z = t \end{cases}$ $(t \in \square)$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_1).

3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t-7, 3t-8, t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9,-4,-1)$

ولتكن f الدالة المعرفة على $\Re$ بـ: $f(t) = AM_t^{\,2}$.

Ç) أكتب $f(t)$ بدلالة t .

È) أدرس إتجاه تغير الدالة f ؛ إستنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر .

ثم عيّن إحداثيات النقطة. $I = M_{t_0}$

Ì) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D).

Ï) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A والعمودي على المستقيم (D).

التمرين الثاني : (3 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي: n . $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$:

1) Ç) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

È) أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

Ì) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ¡ ثم إستنتج S_n' بدلالة n.

2) نعرف المتتالية (w_n) بــ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $w_n = \ell n(v_n)$ (حيث: ℓn اللوغاريتم النيبيري).

Ç) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

È) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n'' = w_0 + w_1 + ... + w_n$ ¡ إستنتج النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n''$.

<u>التمرين الثالث :</u> (6 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

تعطى النقط A ¡ B ¡ C ¡ D التي لواحقها $z_A = -2$ ¡ $z_B = 2$ ¡ $z_C = -1 + i$ ¡ $z_D = 1 - 3i$.

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5);(B,3);(C,-6)\}$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z + 2| = |z + 1 - i|$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الآسي ¡ ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD.

Ç) 4) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الآسي.

È) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

Ì) إستنتج $|z_A - z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f ¡ ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB'.

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{-1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C.

<u>التمرين الرابع :</u> (7 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\Re$ بــ: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$.

Ç) 1) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

È) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ ¡ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\Re$.

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Ç) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

È) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) Ç) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = g(x)$.

È) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \alpha < 1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\Re^*$ كما يلي: $h(x) = \dfrac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

Ç) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

È) أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

وفق الله الجميع