الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطـــــــــنية

ثانويـــــــــات الأغواط (1)

إمتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة : رياضيـــــــــات المدة : 4 سا و 30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــــــوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

$A\,(0;-1;0)$ ، $B\,(-2;0;1)$ ، $C\,(1;0;1)$ ، $D\,(0;0;3)$ أربع نقط منه

(Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي $\quad :\alpha\in\mathbb{R}\quad (\Delta):\begin{cases} x=4+4\alpha \\ y=\alpha \\ z=-5-5\alpha \end{cases}$

1) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Δ)

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') المعرف بالنقطتين A و B

3) أ) برر لماذا الستقيمان (Δ)و (Δ') متقاطعان في نقطة واحدة (يطلب تعينها)

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعين بالمستقيمين (Δ)و (Δ')

ج) تحقق أن C لا تنتمي الى (P). ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) تحقق أن : $x+y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستوي (P)و الذي يشمل النقطتين C و D

ج) تحقق من أن (Δ) محتوى في (Q)

د) إستنتج أن المستويات (P) ، (Q) و $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ متقاطعة في نقطة وحيدة يطلب تعيينها

التمرين الثاني : (4 نقاط)

كيس به 7 كريات منها 4 حمراء (R) و 3 سوداء (N) . نسحب منه كريتين على التوالي كما يلي :
إذا كانت الكرية الأولى المسحوبة سوداء فإننا نعيدها إلى الكيس قبل السحب الثاني و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس

1) أحسب إحتمالات الأحداث التالية :

أ) الحصول على كريتين من نفس اللون

ب) الحصول على كريتين مختلفتي اللون

ج)الحصول على كريتين حمراوين

د)الحصول على كرية سوداء على الأقل

3) ليكن X المتغير العشوائي المعرف بـ : سحب كرية حمراء يربح اللاعب 50 دينارا و سحب كرية سوداء يخسر اللاعب 25 دينارا

أ) عين مجموعة قيم X

ب)عين قانون إحتمال X و أمله الرياضي

التمرين الثالث:(5 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2(1+i)z+3-2i=0.......(E)$

- بين أن $-i$ هو حلا للمعادلة (E) ثم إستنتج الحل الأخر

II) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$

1) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب : $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

2) نعتبر التحويل النقطي f في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z'=iZ-1-i$

أ)عين طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة

ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل f

3)لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = -6+2i$

أ) بين أن النقط A ، C و D في إستقامية

ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C إلى النقطة D

4)أ) إستنتج طبيعة التحويل $f \circ h$

ب) جد العبارة المركبة لـ $f \circ h$

ج) ماهي صورة النقطة B بالتحويل $f \circ h$

<u>التمرين الرابع : (7 نقاط)</u> المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

I) نعتبر الدالة f_m حيث $f_m(x) = \dfrac{e^{mx}+2}{e^{mx}-2}$ حيث m وسيط حقيقي

1)ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m مجموعة التعريف للدالة D_m

2) بين أن جميع المنحنيات $\left(C_m\right)$ تمر من نقطة واحدة يطلب تعينها

II) بوضع $m=1$ ، نعتبر الدالة f_1 المعرفة على المجال $]-\infty,\ln 2[\cup]\ln 2,+\infty[$ بـ $f_1(x) = \dfrac{e^x+2}{e^x-2}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيا

ب) بين أن المستقيم الذي معادلته $x=\ln 2$ مقارب للمنحني $\left(C_1\right)$

2) أدرس تغيرات الدالة f_1 و إستنتج جدول تغيراتها

3) بين أن $\left(C_1\right)$ يقبل مماسين موازيين للمستقيم $y=-x$

4) بين أنه من أجل كل x من D_f فإن : $f(\ln(4)-x)+f(x)=0$. فسر النتيجة بيانيا

5) أرسم المستقيمات المقاربة لـ $\left(C_1\right)$ و المنحني $\left(C_1\right)$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد حلول المعادلة $(1-k)e^x+2k+2=0$

7) أ)عين العددين الحقيقين a و b بحيث : $f_1(x) = a+\dfrac{be^x}{e^x-2}$

ب)أحسب العدد الحقيقي $I=\displaystyle\int_{-1}^{0}\left[f(x)+x\right]dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

الموضـــــــــــوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطتيين A و B لا حقتاهما على الترتيب $z_A = 2\sqrt{3} - 2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$

- أكتب على الشكل الأسي كل من z_A, z_B و $\frac{z_B}{z_A}$. إستنتج طبيعة المثلث OAB

3) C النقطة ذات اللاحقة $z_C = -8i$ و D صورة C بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) بين أن لاحقة D هي $z_D = 4\sqrt{3} + 4i$

ب)بين أن D هي صورة B بالتحاكي h الذي مركزه المبد أ يطلب تعيين نسبته . ثم بين أن A, C, D في إستقامية

4) بين أن العبارة المركبة للتحويل المركب $S = h \circ R \circ h$ هي $z' = \left(-2 + i\,2\sqrt{3}\right)$

إستنتج طبيعة و عناصر S

5) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z = 4e^{i\theta}$ مع θ تمسح $\mathbb{R}$

أ) عين طبيعة و عناصر المجموعة (E)

ب)عين طبيعة و عناصر (E') صورة (E) بالتحويل S

التمرين الثاني : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر النقط : $A(-1;2;2), B(-3;2;0), C(1;3;6)$ و $D(-7;0;4)$,

1) أ) بين أن النقط A, B, C تعين مستويا (P) و تمثيله الوسيطي يعطى بـ :

$$\begin{cases} x = -2\alpha + 2\beta - 1 \\ y = \beta + 2 \\ z = -2\alpha + 2\beta + 2 \end{cases}$$ حيث α و β من $\mathbb{R}$

ب) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $x + 2y - z - 1 = 0$.

2) أ) بين أن المسافة بين النقطة D والمستوي (P) : $2\sqrt{6}$.

ب) هل يمكن أن تكون D مرجحا للنقط A, B, C ؟

3) أ)عين احداثيات النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة D على (P).

ب) استنتج المسافة بين النقطة D و المستوي (P) بطريقة ثانية .

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء المعرفة بـ :

$$x^2+y^2+z^2+14x-2mz+29=0$$

أ) بين أنه من أجل $m\in\mathbb{R}$, (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ب)بوضع $m=4$ بين أن النقطة D هي مركز (S) و نصف قطرها 6 ثم تأكد أن B تنتمي إلى (S) .

ج) بين أن تقاطع (S) و (P) هي دائرة (C) . يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

التمرين الثالث : (4 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد الطبيعي 4^n على 7

2) هل العدد $(2017^{1438}-1439^{2018}-2)$ يقبل القسمة على 7

3) عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد $(1999^{3n}+1999^{2n}+1999^{n})$ على 7

4) نعتبر العدد الطبيعي $A=\overline{2a032a1}$ المكتوب في النظام ذي الأساس 4

عين قيمة العدد الطبيعي a التي من اجلها A يقبل القسمة على 7 ثم اكتب A في النظام العشري

تمرين الرابع : (7 نقاط)

I) الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

$(II$: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{2\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$(الوحدة $2cm$)

1)أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و إستنتج تفسيرا هندسيا

ج)بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$

ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

2)أ) بين انه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب)إستنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3)بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحني (C_f) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلته

4)بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل $(x'x)$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث

$\frac{1}{2}<\alpha<1$

5) أ) أنشئ المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (C_f)

ب) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx-2\ln x=0$

6) أحسب بالسم^2 A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني(C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$

$x=e$ و $y=x$.