

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) عين العددين المركبين a و b علما أنّ : $\begin{cases} \bar{a} - \bar{b} = 1 + 3i \\ a + ib = -1 + 3i \end{cases}$

2) في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{u}; \vec{v}$) . نعتبر النقطتين A و B لاحقا هما على الترتيب : $a = 3 + i$ و $b = 2 + 4i$ ، و نفرض الإنسحاب T الذي شعاعه \overrightarrow{AB} .

(أ) عين لاحقة النقطة C صورة O بالإنسحاب T .

ب) أحسب العدد $\frac{z_c - z_A}{z_B}$ ، ثم أكتبه على الشكل الأسني .

- ماذا تستنتج بالنسبة للقطعتين $[OB]$ و $[AC]$ ؟ .

ج) يستنتج مما سبق طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثم عين لاحقة E مركز تاظر الرباعي $OABC$.

3) نعتبر التشابه المباشر S الذي مركزه O و يحول B إلى C :

(أ) أعط الكتابة المركبة للتشابه المباشر S .

ب) ما هي صورة النقطة A بالتشابه S ؟ .

ج) نضع : $S^4 = S \circ S \circ S \circ S$

- أعط الكتابة المركبة للتحويل S^4 ، و مطبيعة هذا التحويل ؟ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$) .

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty)$ بـ : $f(x) = \frac{6x + 5}{x + 2}$ ، و ليكن (C_f)

المنحني الممثّل لها، (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل)

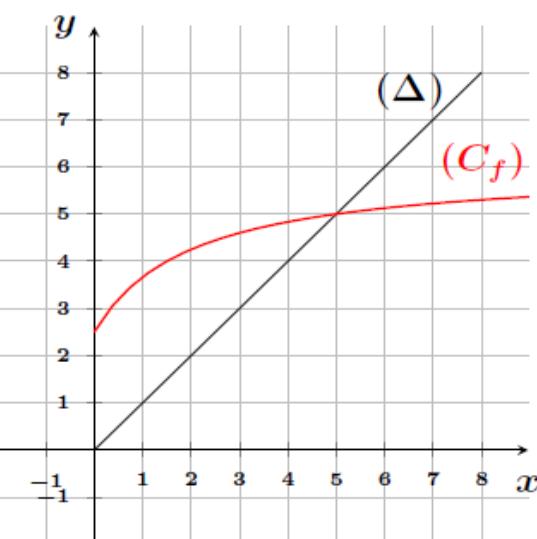
I) تحقق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty)$.

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيير المتتالية (u_n) وقاربها .



(2) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$.

(3) أدرس إتجاه تغيير المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة؟ .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول .

ب) عبر عن v_n ثم عن u_n بدلالة n .

ج) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟ .

(5) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0 + 1} + \frac{1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{1}{u_n + 1}$.

التمرين الثالث: (40 نقاط)

I) يحتوي وعاء على n كرة بيضاء ، حيث : $(n \geq 2)$ و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين؟ .

2) نسمى $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللون .

أ) بيّن أنّ : $p(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$.

ب) أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(n)$ ، ثم فسر النتيجة المحصل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى : في البداية يدفع $30DA$ إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$.

نسمي الربح الجيري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه ، و ليكن المتغير العشوائي X هو الربح الجيري للاعب :

1) ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ؟ .

2) أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع :

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تتمذج التجربة .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : "سحب كرتين من نفس اللون" ، B : "سحب كرة خضراء واحدة على الأقل" .

3) نفرض أنّ الكريمة في السحبة الأولى كانت خضراء ، ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية؟ .

التمرين الرابع: (48 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ .

أدرس تغيرات الدالة g على $[0; +\infty]$ ، و عين نهاية g عند $+\infty$.

أ) بيّن أنّ المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلّاً وحيداً α على $[0; +\infty]$.

ب) تحقق أنّ : $1,14 < \alpha < 1,15$.

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $[0; +\infty]$.

II) نعرف على المجال $[0; +\infty]$ الدالة f كما يلي : و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$.

ب) إستنتاج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$.

ب) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f على $[0; +\infty]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحي (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة u على $[0; +\infty]$ ، ثم إستنتاج إشارة $u(x)$.

ج) إستنتاج من الأسئلة السابقة وضعية المنحي (C_f) بالنسبة إلى (T) .

د) أرسم كلا من (T) و المنحي (C_f) ، الوحدة : $4cm$.

1) عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $[0; +\infty]$.

2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المحدد بالمنحي (C_f) و المماس (T) و محور التراتيب و المستقيم ذو المعادلة $1 = x$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $(z - i)(z^2 + 2z + 2) = 0$:
- (2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتاجنس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. النقط A, B, C و D لواحقها :
- $$z_D = 1 - 2i, z_C = -1 - i, z_B = 2, z_A = i$$
- (أ) تحقق أن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;-1)\}$.
- (ب) أكتب العدد $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (ج) أكتب العدد المركب $4i - 4 + 4i^{2018}$ على الشكل الأسي، ثم أحسب $(-4 + 4i)^{2018}$.
- (3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوى مختلف عن B ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث :
- $$z' = \frac{iz - 4 + 2i}{z - 2}$$
- (أ) تتحقق أن : $z' - i = \frac{-4 + 4i}{z - 2}$
- (ب) بين أن : $k \in \mathbb{Z}$ مع $(\vec{u}; \overrightarrow{AM'}) + (\vec{u}; \overrightarrow{BM}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ و $AM' \times BM = 4\sqrt{2}$
- (4) هي مجموعة النقط M من المستوى بحيث: $\arg(z' - i) = \frac{\pi}{4}$
- تتحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $i + 2 + z_E$ تتبع إلى (Γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.
- (2) أدرس رتابة المتالية (u_n) .
- (3) إستنتج أن المتالية (u_n) متقاربة . ما هي نهايتها؟.
- (4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \frac{4}{5}(2 - u_n)$
- ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_n \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n$ من جديد

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتاجنس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر المستوى (P) معادلته : $2x + y - 2z + 4 = 0$.
- و النقط $C(4; -2; 5)$ ، $B(1; 2; 4)$ ، $A(3; 2; 6)$.
- (1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا .
- (ب) تحقق أن (P) هو المستوى (ABC) .
- (2) بين أن المثلث ABC قائم .
- ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة O و العمودي على (P) .

- ج) النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة O على (P) ، أحسب الطول OK .
 (3) النقطة G هي مرجع الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$
 أ) أحسب إحداثيات النقطة G .

ب) أحسب المسافة بين النقطة G وَ المستوى (P) .

$$\left\| 3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = M(x;y;z) \quad \text{من الفضاء حيث :} \\ (4) \quad \text{هي مجموعة النقط } (x;y;z) \quad \text{أ) عين طبيعة المجموعة } (\Gamma) \text{ وَ عناصرها المميزة .} \\ \text{ب) ما طبيعة } (\Gamma) \cap (P) ? . \\ \text{ج) أحسب حجم رباعي الوجوه } GABC .$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ $g(x) = x^3 - x - 2 \ln x + 3$.
 (1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.
 ب) عين نهايات الدالة g عند 0 وَ عند $+\infty$.

- (2) أدرس إتجاه تغير الدالة g وَ شكل جدول تغيراتها .
 ب) إستنتج إشارة $(x) g(x)$ من أجل كل $x \in [0;+\infty[$.

- II) لتكن الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.
 (C) هو المنحني الممثّل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد وَ المتاجنس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

- (3) بين أنَّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ ، ثم حدد وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة $A(1;0)$.

(6) أرسم كلا من (Δ) ، (T) وَ المنحني (C) .

- 7) لتكن (d_m) عائلات المستقيمات المعرفة بـ $y = mx - m$ ، حيث m وسيط حقيقي
 أ) تحقق أنَّ جميع المستقيمات (d_m) تمر بالنقطة A .

ب) عين قيم وسيط حقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = mx - m$ حلان متمايزان .

$$\cdot \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e} : (III) \quad \text{باستعمال التكامل بالتجزئة ، بين أنَّ :}$$

- (2) أحسب بـ $u.a$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني (C) وَ (Δ) وَ المستقيمين اللذين معادلتهما :
 (يجب تقديم القيمة المضبوطة لمساحة الحيز) .

إنتهى الموضوع الثاني