

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04,5 ن)

$$(1) \text{ حل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة : } z^2 + 4z + 16 = 0$$

(2) في المستوى المركب المزود بمعلم متعمد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) لتكن النقط A, B, C و D حيث :

$$z_D = 3\sqrt{3} + 3i ; z_C = 4e^{i\frac{\pi}{6}} ; z_B = -2 - 2i\sqrt{3} ; z_A = -2 + 2i\sqrt{3}$$

أ – اكتب z_C على الشكل الجيري .

ب – اكتب z_A, z_B, z_D على الشكل المثلثي .

ج – استنتج أن النقط A, B, C تنتهي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

د – عين زاوية الدوران r الذي مرکزه O ويتحول A إلى B .

– اكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتاج نسبة زاوية التشابه المباشر الذي مرکزه O ويتحول A إلى D .

(3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\{(A,1), (B,1), (C, e^\alpha)\}$

$$\text{أ – بين أن : } \overrightarrow{IG_\alpha} = \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} \overrightarrow{IC} \text{ حيث } I \text{ منتصف القطعة } [AB] .$$

ب – بين أن : $1 \leftarrow 0 \rightarrow e^\alpha$ ثم استنتاج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في \mathbb{R} .

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنان تحملن الرقم 2 وثمان كرات خضراء ؛ منها 5 كرات تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2 . كل الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس .
نسحب كرتين من الكيس في ن واحد .

لتكن الحاديتان : A " سحب كرتين من نفس اللون " و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

$$(1) \text{ بين أن : } P(A) = \frac{43}{91} .$$

$$(2) \text{ احسب : } P(B) .$$

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ما هو احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدد قيم X .

ب- حدد قانون الاحتمال X .

ج – احسب الأمل الرياضي ؛ التباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث (٤٠ ن)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ : $U_0 = \frac{1}{5}$ و $U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1}$

(١) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$.

(٢) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n+1}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .

ب- بين أن المتتالية (U_n) مقاربة ثم احسب نهايتها.

(٣) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n-1}$

أ- اثبت أن (V_n) متالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول.

ب- اكتب عبارة V_n بدالة n ؛ ثم بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ واحسب

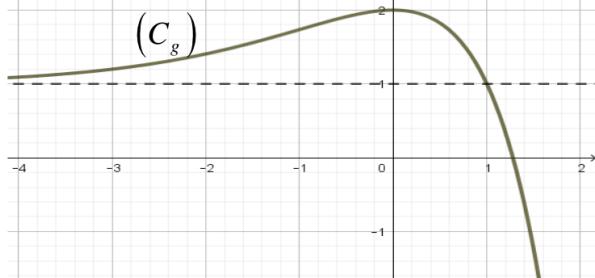
(٤) احسب بدالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

التمرين الرابع : (٧,٥٠ ن)

لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = (1-x)e^x + 1$: منحناها البياني كما في الشكل :

(١) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

(٢) أ- بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل في المجال $[0; +\infty)$ حلًا وحيدًا α ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.



ب- عين إشارة $(g(x))$ حسب قيم x .

(٣) اثبت أن : $e^\alpha = \frac{1}{\alpha-1}$.

(٤) أ- باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية لدالة : $x \rightarrow (1-x)e^x$

ب- احسب بالسنتيمتر المربع (α) مساحة الحيز من

المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلات لها $y=0$; $x=0$; $x=\alpha$.

ج- بين أن : $A(\alpha) = \frac{-3\alpha+4}{\alpha-1} + \alpha$ ثم احصر $A(\alpha)$.

د- حل بيانيا المعادلة : $E[g(x)] = 1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح.

II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x+1}$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . وحدة الطول 2cm

(١) احسب كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النهاية الأخيرة بيانيا.

(٢) أ- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

ب- استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن $0,2 < f(\alpha) < 0,3$.

(٣) اكتب معادلة لمسان المنحنى في النقطة ذات الفاصلة ٠.

(٤) أ- بين أن : $-1 = f(-\alpha)$ وأنشيء (C_f) .

ب- وسيط حقيقي . نقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة : $x - e^{x+m} - e^m = 0$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس (O, \bar{u}, \bar{v}) .

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 6z + 13 = 0$.

(2) أ- علم النقط A ; B ; C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_D = 3 - 2i$; $z_C = 3 + 2i$; $z_B = 2$; $z_A = i$.

ب- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويتحول B إلى C .

ج - اكتب العدد المركب: $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسني واستنتج طبيعة المثلث ABC .

د - بين أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC .

(3) تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (1+i)z + 1$.

أ- عين طبيعة S وعنصره المميزة.

ب- جد صورة B بواسطة S .

ج - بين أنه من أجل كل عدد مركب z حيث $i \neq z$ فإن: $\frac{z' - z}{i - z} = -i$.

• فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتاج طريقة لرسم M' انطلاقاً من M و A .

(4) أ- عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 2| = \sqrt{5}$.

ب - برهن أن: $(z - z_C) = (1+i)(z - z_B)$.

ج - استنتاج أنه لما M تنتهي إلى دائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها.

(5) أنشيء (E) و (F) في نفس المعلم.

التمرين الثاني : (04 ن)

لمكافحة من الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما؛ وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوي كما يلي:

- احتمال أن يكون التلميذ مصاباً علماً أنه ملقحاً هو $\frac{1}{16}$.

- احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً علماً أنه مصاباً هو $\frac{3}{14}$.

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية.

نرمز ب V إلى الحادثة "التلميذ ملقح"

ونرمز ب M إلى الحادثة "التلميذ مصاب بالمر

(1) شكل شجرة الاحتمالات.

(2) احسب $P(V \cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً ومصاباً بالمر.

(3) اثبت أن : $P(M) = \frac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمر .

(4) احسب : $P(\bar{V} \cap M)$ احتمال أن يكون غير ملحق ومصاب بالمر ؛ ثم استنتج $P(\bar{V})$ ؟

(5) احسب : $P(\bar{V} \cap \bar{M})$

التمرين الثالث (04 ن)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ نعتبر النقط $A(1, -1, 2)$ و $B(7, -1, -2)$ و $C(1, 5, -2)$.

(1) أ- بين أن المثلث ABC متقليس الأضلاع .

ب- بين أن الشعاع $\bar{n}(1, 1, 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتاج معادلة ديكارتية ل (ABC) .

$$(2) (\Delta) \text{ مستقيم تمثيله الوسيطي } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$$

أ- بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين احداثي النقطة G نقطة تقاطعهما .

ب- بين أن G مركز ثقل المثلث (ABC) .

(3) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .

أ- اكتب معادلة لسطح الكرة (S) .

ب- ادرس الوضع النسبي ل (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(S) \cap (\Delta)$.

التمرين الرابع : (07 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $[0, +\infty]$ بـ :

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين أنه من أجل كل x من $[0, +\infty]$:

II) لتكن الدالة f المعرفة على $[0, +\infty]$ بـ :

ول يكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \bar{i}, \bar{j}) حيث :

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0, +\infty)$:

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارب مائل (Δ) . أوجده ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً وحيداً (T) يشمل المبدأ O . جد معادلة له .

ب- احسب $f'(x)$ ثم أنشيء (T) و (C_f) .

ج- نقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$

$$(4) \text{ أ- بين أن : } \int_{\sqrt{e}}^e \left(\frac{-1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \frac{1}{8}$$

ب- استنتاج بالسنتيمتر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات :

$$x = e \quad x = \sqrt{e} \quad ; \quad y = \frac{1}{2}x$$