

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق على كرتين بيضاويين وأربع كرات سوداء.
- (I) نسحب على التوالي أربع كرات من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.
- (1) أحسب عدد الإمكانيات الكلية لهذه التجربة.
- (2) أحسب في كل حالة من الحالتين التاليتين احتمال الحصول على:
- (I) ثلاث كرات سوداء وكررة بيضاء بهذا الترتيب.
- (II) ثلاث كرات سوداء وكررة بيضاء.
- (III) عدد طبيعي غير معدوم. نسحب على التوالي  $n$  كرة من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.
- نرمز بالرمز  $P_n$  إلى احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط في السحب  $n$ .
- (1) أحسب  $P_1$  ،  $P_2$  ، و  $P_3$ .
- (2) (I) بين أن  $P_n = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ .
- (II) أكتب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = P_1 + P_2 + \dots + P_n$
- (ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(-2; 0; 1)$  ،  $B(1; 2; -1)$  و  $C(-2; 2; 2)$ .
- (1) (I) أحسب الجداء السلمي  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  ثم الطولين  $AB$  و  $AC$ .
- (II) عين قياسا بالدرجات مدورا إلى الوحدة للزاوية  $\widehat{BAC}$ .
- (III) استنتج أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ليست على استقامة.
- (IV) أثبت أن:  $2x - y + 2z + 2 = 0$  معادلة ديكراتية للمستوي  $(ABC)$
- (2) لتكن  $(P_1)$  و  $(P_2)$  المستويين ذي المعادلتين  $x + y - 3z + 3 = 0$  و  $x - 2y + 6z = 0$  على الترتيب.

• بين أن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  متقاطعين في مستقيم  $(\Delta)$  له تمثيل وسيطي :

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$$

(3) بين ان المستقيم  $(\Delta)$  و المستوي  $(ABC)$  متقاطعان ثم حدد إحداثيات نقطة تقاطعهما.

(4) ليكن  $(S)$  سطح الكرة ذات المركز  $\Omega(1; -3; 1)$  ونصف القطر  $r = 3$ .

(ا) أعط معادلة ديكارتية لـ  $(S)$ .

(ب) حدد تقاطع  $(S)$  مع المستوي  $(ABC)$ .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(ا)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

(1) انشر الجداء  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(2) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^3 + 8 = 0$

(II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$  النقط  $A$  ،  $B$  و  $D$

التي لواحقها:  $z_D = 1 + \sqrt{3}i$  ،  $z_B = 1 - \sqrt{3}i$  ،  $z_A = -2$

(1) علم النقط  $A$  ،  $B$  و  $D$ .

(2) (ا) أكتب على الشكل الأسّي العدد المركب  $\alpha$  حيث:  $\alpha = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$

(ب) استنتج نوع المثلث  $ABD$ .

(ج) أكتب معادلة للدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $ABD$ .

(3) لتكن  $C$  مرجح الجملة  $\{(A, -1), (B, 1), (D, 1)\}$

(ا) عين  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  ثم حدد مع التبرير طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

(ب) أحسب قياسا بالرديان للزاوية الموجهة  $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DO})$  ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم  $(DC)$

و الدائرة  $(C)$ .

(4) لتكن  $(I)$  مجموعة النقط  $M$  التي لواحقها  $z$  حيث:  $arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  ،  $k \in \mathbb{Z}$

• تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المجموعة  $(I)$  ثم حدد  $(I)$ .

(5) الدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $D$  ويحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$ .

(ا) أكتب العبارة المركبة للدوران  $R$ .

(ب) تحقق أن:  $R(B) = C$  ثم استنتج صورة المثلث  $ABD$  بالدوران  $R$ .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(ا)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  كمايلي:  $h(x) = ax + b - \ln|x|$

جدول تغيرات الدالة  $h$  كالتالي:

$x$	$-\infty$	$0$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$h'(x)$		+	- 0 +	
$h(x)$			$\ln 2$	

(1) أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $a$ .

(2) بين أن  $a = 2$  و  $b = -1$ .

(3) (ا) بين أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}[$   
(ب) بقراءة لجدول تغيرات الدالة  $h$  شكل جدول إشارة  $h(x)$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{1}{2}x \ln(x)^2 & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أدرس استمرارية الدالة  $f$  عند القيمة 0

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

(3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(4) (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x : f'(x) = h(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f(x)$ .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(5) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.

(6) تحقق أن  $f(\alpha) = \alpha - \alpha^2$  ثم استنتج حصر للعدد  $f(\alpha)$ .

(7) ارسم في المجال  $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$  المنحنى  $(C_f)$ .

(8) (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة  $x \mapsto x \ln x$  على المجال  $]0, +\infty[$

و التي تتعدم عند 1.

(ب) احسب  $S$  مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى  $(C_f)$  والمحصور بين المستقيمين اللذين معادلتها

$x = 1$  و  $x = 2$ .

## الموضوع الثاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  كمايلي:  $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

كما هو موضح في الشكل (1) . وليكن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$

$$(1) \quad \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي:}$$

(ا) مثل الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$  على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء.

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية  $(U_n)$  .

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فان  $U_n > 1$  ثم بين أن  $(U_n)$  متناقصة .

(د) استنتج ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة .

$$(2) \quad (ا) \text{ اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي } n \text{ فان: } U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فان  $U_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$  ثم استنتج نهاية المتتالية  $(U_n)$ .

$$(3) \text{ لتكن } (V_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي: } V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$$

(ا) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

(ب) احسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + \frac{V_2 - 1}{U_2} + \dots + \frac{V_n - 1}{U_n}$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

ثلاث صناديق  $A, B, C$  يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث:

الصندوق  $A$ : يحوي كريتين حمراوتين و 8 كريات خضراء .

الصندوق  $B$ : يحوي 3 كريات حمراء و 7 كريات خضراء .

الصندوق  $C$ : يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات خضراء .

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه كرية واحدة عشوائيا.

(1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية.

(2) مااحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء .

(3) مااحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء و من الصندوق الأول.

(4) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء.فماهو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول.

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة التالية:  $z^2 + \alpha z + 4 = 0 \dots (I)$

(1) عين العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى يكون العدد  $(\sqrt{3} + i)$  حلا للمعادلة  $(I)$  ثم استنتج الحل الآخر .

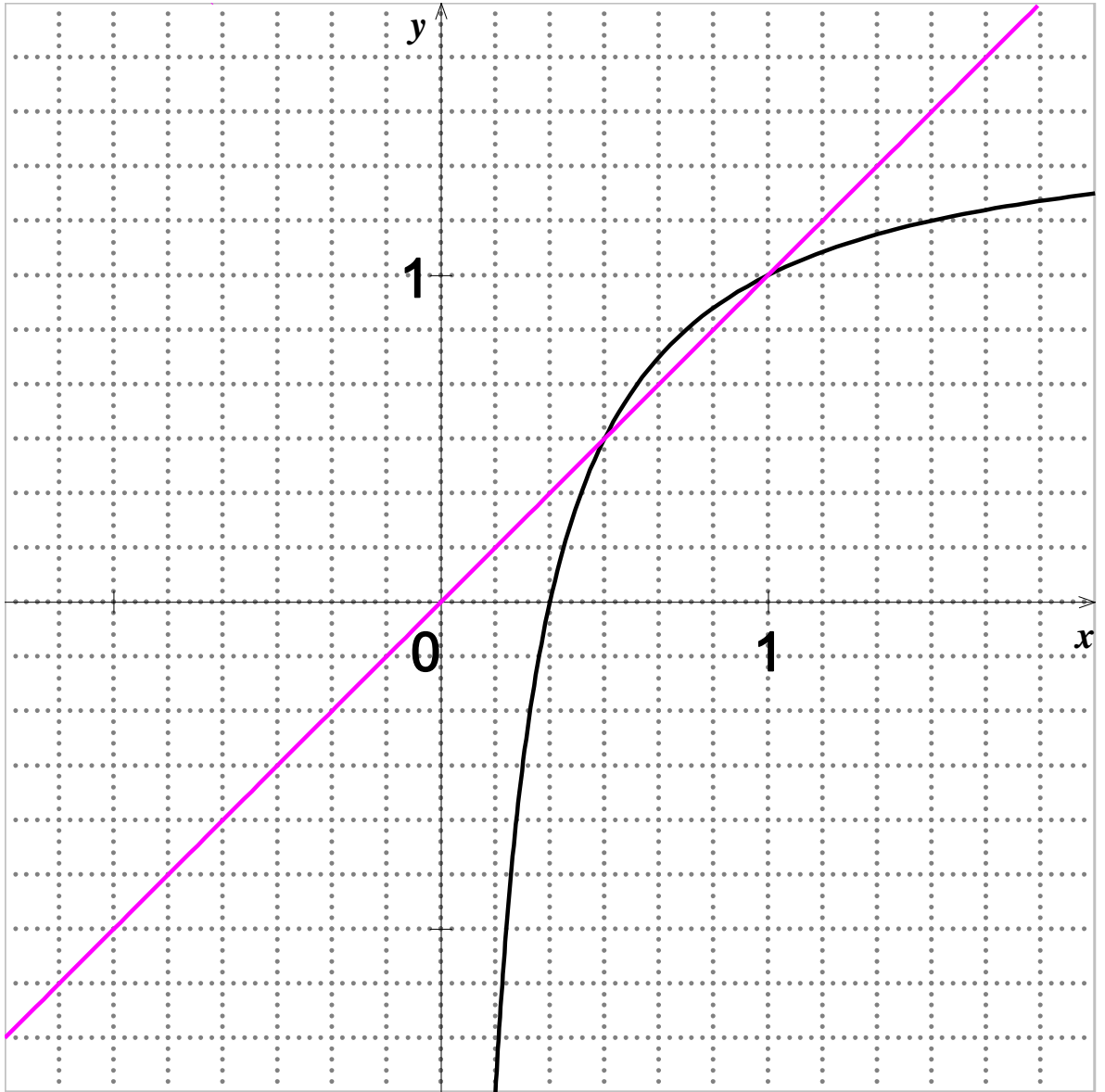
(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس  $(O; \vec{O\hat{I}}; \vec{O\hat{J}})$  .

• نعتبر النقط  $A, B, C, D$  صور الأعداد المركبة:  $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \bar{z}_A, z_C = i, z_D = -z_A$

- (ا) أكتب كل من:  $z_A$  ،  $z_B$  ،  $z_C$  ، و  $z_D$  على الشكل الآسي.
- (ب) لتكن المجموعة  $(\Omega)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق:  
 $\mathbb{R}$  تمسح  $\theta$  ،  $z = 2e^{i\theta}$
- أثبت أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $D$  تنتمي للمجموعة  $(\Omega)$ .
  - عين المجموعة  $(\Omega)$  ثم أنشئها.
- (3) (ا) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$  محددًا نسبته وزاويته.  
(ب) حدد طبيعة المثلث  $ABC$  ثم احسب مساحته .
- (ج) بين أن مساحة المثلث  $ACC'$  صورة المثلث  $ABC$  بالتشابه  $S$  هي  $\frac{3}{4}\sqrt{3}(ua)$
- (4) لتكن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق:  
 $arg(z^2 + 3) = arg(z + i\sqrt{3}) + 2k\pi \dots (II)$
- (ا) بين أن  $(II)$  تكافئ:  $arg(z - i\sqrt{3}) = 2k\pi$  .
- (ب) إستنتج طبيعة المجموعة  $(E)$  .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

- المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .
- (ا) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = e^x + 2 - x$
- (1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) استنتج اشارة الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  .
- (II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x + (x - 1)e^{-x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
- (2) (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = e^{-x}g(x)$  .  
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $(+\infty)$   
ثم ادرس الوضع النسبي لهما.
- (4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
- (5) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  الذي يوازي المستقيم  $(\Delta)$  .
- (6) (ا) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$  .  
(ب) أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$  .
- (7) (ا) بين أن الدالة  $x \mapsto -xe^{-x}$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto (x - 1)e^{-x}$  على المجال  $[1, +\infty[$  .  
(ب) احسب  $S_\alpha$  مساحة المستوي المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = \alpha$  و  $x = 1$  .  
(ج) احسب  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} S_\alpha$  .
- (8) ناقش حسب قيم الوسيط  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $\frac{x-1}{e^x} = m$



الشكل 1