

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 4 نقاط )

( $u_n$ ) متالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ  $u_0 = -1$  ،  $u_1 = \frac{1}{2}$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتالية ( $v_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

أ - اثبّت أن ( $v_n$ ) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$ .

ج - احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$  ثم حدد  $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

2) نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $w_n = \frac{u_n}{v_n}$

أ - اثبّت أن ( $w_n$ ) حسابية يطلب تحديد أساسها و حدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $w_n$  ثم عين أصغر عدد طبيعي  $n$  الذي يحقق:  $2018 > e^{w_n}$

التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 وكرتين خضراء واثنان رقميين 9 و 10 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1) ما احتمال وقوع الحوادث التالية: "A" الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين فرديةين .

"B" الكرتان المسحوبتان من نفس اللون " و "C" الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين " . هل الحادثان A و B مستقلتان ؟

2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟

3) ما احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديةين علما أنهما من لونين مختلفين ؟

4) ما هو عدد الكرات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي 120 ؟

### التمرين الثالث: (5 نقاط)

(I) نعتبر الأعداد المركبة:  $z_3 = z_1 \times z_2$  ،  $z_1 = \frac{-\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  و  $z_2 = -1 - i$

1) اكتب  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل الأسني ثم استنتج الشكل الأسني لاعد  $z_3$ .

2) اكتب  $z_3$  على الشكل الجبري ثم استنتاج القيم المضبوطة لـ:  $\sin \frac{\pi}{12}$  و  $\cos \frac{\pi}{12}$

(II) ليكن كثير الحدود:  $p(z) = |z|^2 - 3(z - \bar{z}) - 13 + 12i$  حيث:  $z = x + iy$  و  $x$  و  $y$  عدوان حقيقيان.

1) اكتب  $p(z)$  على الشكل الجيري.

2) عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  حتى يكون  $p(z)$  تخيلي صرف.

(III) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  النقط  $A$  ،  $B$  حيث:

و  $z_B = z_2$  و  $f$  تحويل نقطي مركزه المبدأ و يحول النقطة  $A$  إلى  $B$ .

1) بين أن التحويل  $f$  دوران.

2) حدد صورة  $(E)$  بالتحويل  $f$ .

### التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I)  $g$  دالة معرفة على  $[0; +\infty]$  بـ:

1) بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty]$ .

2) احسب  $g(1)$  ثم حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty]$  بـ:

1) أ - بين أن الدالة  $f$  قابلة للإشتقاق على المجال  $[0; +\infty]$ .

ب - بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

ج - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty]$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ثم شكل جدول تغيرات  $f$ .

(2) ليكن  $(\Gamma)$  المنحني الممثل للدالة  $\ln$  في مستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس.

أ - بين أن المنحني  $(\Gamma)$  مقارب للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

ب - ادرس الوضعية النسبية بين المنحنيين  $(\Gamma)$  و  $(C_f)$ .

ج - احسب  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ثم ارسم المنحنيين  $(\Gamma)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم.

(3) عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $f(m) = f(x)$  حللين متمايزين.

(4) احسب التكامل  $I = \int_1^{\ln x} [f(x) - f(t)] dt$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 4 نقاط )

الفضاء منسوب الى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . و لكن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  الذين معادلتهما  $x + 2y - z + 1 = 0$  و  $-x + y + z = 0$  على الترتيب و  $A(0; 1; 1)$  نقطة حيث . اثبت أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعمدان .

$$(t \in \mathbb{R}): \begin{cases} x = -\frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = t \end{cases}$$

برهن أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متقطعان وفق المستقيم  $(\Delta)$  ذو تمثيل وسيطي (2)

- احسب المسافة بين  $A$  و كل من المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  . (3)  
استنتج المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$  . (4)

### التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

ليكن كثير الحدود:  $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z - 9$  (1)  
أ - تحقق أن 3 جذر لكثير الحدود  $p(z)$  .  
ب - حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $p(z) = 0$  .  
نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  النقط  $D, C, B, A$  (2) حيث:  $z_F = 1 - i\sqrt{3}$  و  $z_D = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$  و  $z_C = -i\sqrt{3}$  و  $z_B = i\sqrt{3}$  و  $z_A = 3$  و  $F$  هي: أ - ما طبيعة المثلث  $ABC$  ؟

ب - اوجد  $z_E$  لاحقة النقطة  $E$  صورة  $D$  بالدوران الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{\pi}{3}$  .

ج - احسب  $\frac{z_F}{z_E}$  و استنتج أن المستقيمين  $(OE)$  و  $(OF)$  متعمدان.

د - عين  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  حتى يكون الرباعي  $OEGF$  مربعا.

### التمرين الثالث: ( 4 نقاط )

لتكن  $(U_n)$  متتالية حدودها موجبة حيث :  $U_1 = 1$  و  $U_n \in \mathbb{N}^*$    
 (1) أحسب  $U_2$  ،  $U_3$  ،  $U_4$  (تعطى النتائج على شكل قوى العدد 2)

(2) نضع من أجل كل  $n \in \mathbb{N}^*$   $v_n = \ln U_n - \ln 2$ : (يرمز  $\ln$  إلى دالة اللوغاريتم النيبيري)

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية بطلب أساسها و حدتها الاول .

ب- اكتب بدلاله  $n$  عباره الحد العام لكل من  $v_n$  و  $U_n$  .

ج- أحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$  ثم  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$

$$(3) \text{ أ- بين أنه من أجل كل } n \in \mathbb{N}^* \text{ : } e^{v_n} = \frac{U_n}{2}$$

$$\text{ب- احسب الجداء: } p = \frac{U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n}{2^n}$$

### التمرين الرابع: ( 8 نقاط )

I لتكن  $g$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  و المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  
 (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) استنتاج أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :  $1 + xe^x > 0$

II لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة :  
 ول يكن  $(C_f)$  منحناها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- تحقق من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  حقيقى فان :

2- أدرس تغيرات الدالة  $f$

3- بين أن المستقيم  $y = -x$  مقارباً للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $\infty$  ، ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ  $(C_f)$

4- لتكن دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  معرفة على المجال  $[0, +\infty)$  :  $h(x) = f(x) - \ln x$

أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

ب- أدرس اشارة العبارة  $h(x)$

ج- فسر النتائج السابقة بيانياً بين المنحنى  $(C_f)$  و منحنى دالة اللوغاريتم النيبيري

5- أرسم بعناية المنحنى  $(C_f)$