**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**مديرية التربية لولاية الأغواط**
**امتحان بكالوريا تجريبي**
**الشعبة : تقني رياضي**

**اختبار في مادة : الرياضيات** **المدة : 04 سا و 30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

**الموضوع الأول**

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

**1.** نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$

✓ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $Z$ : $Z^2-2Z+4=0$

**2.** لتكن النقط $A$ ; $B$ ; $C$ لواحقها

على الترتيب $Z_A=2$ ; $Z_B=1+\sqrt{3}i$ ; $Z_C=1-\sqrt{3}i$

أ/ اكتب كل من: $Z_A$ ; $Z_B$ و $Z_C$ على الشكل الأسي

ب/ بين أن النقط $A$ ; $B$ ; $C$ تنتمي لدائرة $(\Gamma)$ يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

**3.** انشئ النقط $A$ ; $B$ و $C$ ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$ . معللا اجابتك.

ب/ بين أن : $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{1993}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2017}=1$

ج/عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $(z_B)^n$ عدد حقيقي سالب

د/ عين طويلة وعمدة العدد المركب $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

✓ استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

**4.** عين وانشئ مجموعة النقط التي تحقق: $(\bar{Z}-1+i\sqrt{3})(Z-1-i\sqrt{3})=|z_B|$

**5.** أ-عين العبارة المركبة للتحاكي $(h)$ الذي مركزه $A$ ونسبته 2

ب- أكتب العبارة المركبة للدوران $(r)$ الذي مركزه $A$ و يحول $B$ الى $C$

ج- استنتج مركز ونصف قطر الدائرة $(\Gamma')$ صورة الدائرة $(\Gamma)$ بالتحويل النقطي $(s)$ حيث: $S=hor$

**التمرين الثالث: ( 04 نقاط )**

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 10
2. إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(1962\times 9^{2018}-7^{1439})$ على 10
3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)3^{2n+1}[10]$
4. عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\cong 0[10]$

**التمرين الثاني: ( 04 نقاط )**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(-2;0;0)$ ; $B(0;-2;0)$ ; $C(0;0;-2)$ ولتكن النقطة: $I$ منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

1. بين أن النقط $A$ ; $B$ ; $C$ تعين مستويا نرمز له بالرمز $(Q)$.
2. بين أن للمستوي $(Q)$ معادلة من الشكل: $x+y+z+2=0$.
3. $(P)$ المستوي الذي يشمل النقطة $I$ و يعامد الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

أ/ اكتب معادلة للمستوي $(P)$. ماذا يمثل المستوي $(P)$.

ب/ بين أن المستويين $(P)$ و $(Q)$ متقاطعان وفق مستقيم $(D)$. اكتب تمثيلا وسيطيا له.

4. اوجد المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستقيم $(D)$ .ثم استنتج المسافة بين النقطة $A$ و المستقيم $(D)$.

**التمرين الرابع :(07ن)**

I. نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x^2-\ln x$

1. ادرس اتجاه تغيرات الدالة $g$ .
2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

II. نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\dfrac{1+\ln x}{x}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. عين نهاية الدالة $f$ بجوار $0$ و $+\infty$ .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول التغيرات .
3. أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .
4. تحقق أن المستقيم $(\Delta)$ يقطع المنحنى $(C_f)$ في نقطة $A$ يطلب تعيين إحداثيتيها .
5. حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ في المجال $]0;+\infty[$ .
6. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة $B$ للمنحنى $(C_f)$ يكون المماس $(T)$ عندها موازي للمستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة $(T)$
7. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0,39<\alpha<0,40$ .
8. ارسم $(C_f)$ و $(\Delta)$ و $(T)$ $\left(\|\vec{i}\|=2cm\ ;\ \|\vec{j}\|=1cm\right)$
9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $(m+1)x-1-\ln x=0$

III. نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1}{x}(1+\ln x)$

1. عين دالة أصلية للدالة $h$ التي تنعدم عند $1$ .
2. استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيمات $(\Delta)$ ، $x=e^{-1}$ ، $x=e$

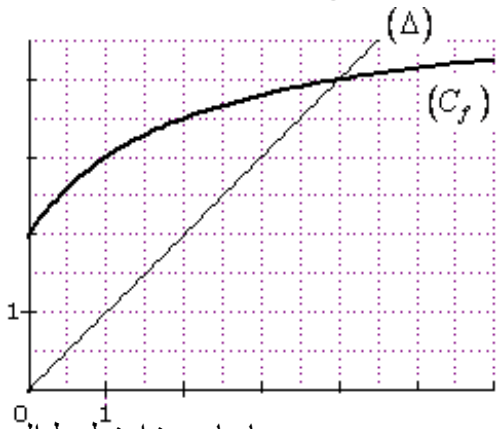
## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيم $(\Delta)$ و $(C_f)$ معادلتيهما على الترتيب :

$y = x$ و $y = \dfrac{5x+4}{x+2}$ على المجال $[0\,;+\infty[$

$(u_n)$ المتتالية المعرفة بـ: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$




أ) انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : $u_0 ; u_1 ; u_2$ ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .

I- $(u_n)$ المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 0$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $u_{n+1} = \dfrac{5u_n+4}{u_n+2}$

1. احسب $u_1$ و $u_2$ .
2. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم $0 \le u_n \le 4$
3. برهن أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة . ماذا تستنتج

II- $(v_n)$ المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $v_n = \dfrac{u_n-4}{u_n+1}$

1. بين ان $(v_n)$ متتالية هندسية ، ثم استنتج عبارة $v_n$ بدلالة $n$ .
2. اوجد عبارة $u_n$ بدلالة $n$. ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)$ .

**التمرين الثاني : (05 نقاط )**

**-1** $z_1$ و $z_2$ عددان مركبان ، *حل في مجوعة الأعداد المركّبة £ ، الجملة التالية :

$$\begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i \end{cases}$$

**-2** نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد $(o, \vec{i}, \vec{j})$،النقطتين $A$ و $B$ ذات اللاحقتين $z_A$ و $z_B$ على الترتيب

$z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ وليكن العدد المركب: $z_c = 1 - i$

أ) اكتب $z_A$ و $z_B$ على الشكل الآسي

ب) اكتب العدد المركب $L$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الاسي حيث: $L = z_A . z_c$

- ✓ استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .
- ✓ اوجد قيمة تقريبية لـ: $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

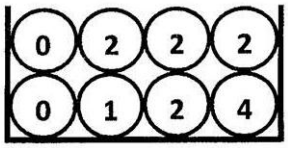
**-3** لتكن M نقطة لاحقتها Z أ/.عين طبيعة مجموعة (T)التي تحقق : $Z + \sqrt{3} - i = ke^{i\frac{2\pi}{3}}$

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ) التي تحقق: $Z + \sqrt{3} - i = 2e^{i\theta}$

جـ) استنتج نقطة تقاطع المجموعتين (T)و(Γ)

**التمرين الثالث : (04 نقاط)**

يحوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل :




نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

**I.** نعتبر الحدث A :"من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد اية كرة تحمل العدد 0"

الحدث B : " جداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8"

الحدث C : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الاقل كرة تحمل الرقم 2"

✓ احسب كل من $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$

**II.** ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يربط كل سحبة بجداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .

أ/ عين قيم المتغير العشوائي $X$ ثم عرف قانون الاحتمال في جدول .

ب/ احسب كل من الامل الرياضياتي والتباين للمتغير العشوائي $X$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (a-2x)e^x + b$ ، $a$ و $b$ أعداد حقيقية ، $(C_g)$ تمثيلها البياني

✓ عين العددان $a$ و $b$ حيث: $g(x)' - g(x) = -2e^x - 2$

و المنحني $(C_g)$ يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1.

II. نعتبرالان الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = (3-2x)e^x + 2$

أ. أدرس تغيرات الدالة g

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث : $\propto \in ]1.68 , 1.69[$

ت. استنتج إشارة $g(x)$

ث. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بـ $(C_g)$ ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = \propto$ و $x = 2$ .

**III.** $f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني .

1. أحسب $f'(x)$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$
2. استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .
3. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ بالشكل : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^x+1}$

✓ استنتج أن $(C_f)$ يقبل مقارب مائل $(\Delta)$ عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

✓ أدرس وضعية $(C_f)$ و $(\Delta)$

4. بين أن : $f(\propto) = 4 \propto -5$ ، عين حصرا لـ $f(\propto)$ .
5. ارسم المنحني $(C_f)$ .



**انتهى الموضوع الثاني .....وفقكم الله**