

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

**التمرين الأول : 04 نقاط**

- يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0, 1, 1, 2 و 4 كرات حمراء تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2 .
- نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .
- (1) أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب .
  - (2) أحسب احتمال الحصول على :
    - أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
    - ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
    - ت- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
  - (3) ليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .
    - أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .
    - ب- أحسب الأمل الرياضي .
    - ت- أحسب التباين والإخلاف المعياري .

**التمرين الثاني : 04 نقاط**

- (1) حل في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية :  $(z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$
- (2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{u}; \vec{v})$  النقط :  $A; B; C$  و  $D$  التي لواحقتها على الترتيب :  $z_A = \sqrt{3}i$  ;  $z_B = -\sqrt{3}i$  ;  $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$  ;  $z_D = \overline{z_C}$  .  
- بين أن النقط  $A; B; C$  و  $D$  تنتمي الى نفس الدائرة  $(C)$  التي مركزها  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_\Omega = 3$  يطلب تعيين نصف قطرها .
- (3) لتكن النقطة  $E$  نظيرة النقطة  $D$  بالنسبة لمبدأ المعلم  $O$  .  
أ- بين أن :  $(z_C - z_B) = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E - z_B)$  ثم إستنتج طبيعة المثلث  $BEC$  .  
ب- بين انه يوجد دوران  $R$  مركزه النقطة  $B$  و يحول النقطة  $E$  إلى النقطة  $C$  . يطلب تعيين زاويته .
- (4) نعتبر التحويل النقطي  $S$  الذي يرفق بكل نقطة ذات اللاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث :  
$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$
  
أ- عين طبيعة  $S$  و عناصره المميزة .  
ب- عين طبيعة  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق :  $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$  حيث  $\theta$  عدد حقيقي .  
ت- عين طبيعة  $(E')$  صورة  $(E)$  بالتحويل  $S$  وعناصرها الهندسية .

نعتبر  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  جدها الأول  $u_0 = 4$  والعلاقة التراجعية :  $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$ .

$$(1) \quad f \text{ الدالة المعرفة على } [1; +\infty[ \text{ كما يلي : } f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني و  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  في المستوى المنسوب الى معلم متعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- أ- أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)  
 ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.  
 ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 1$ .

$$(2) \quad \text{نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$$

- أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  
 ب- أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ . ثم إستنتج أن :  $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$  تحقق من صحة تخمينك حول اتجاه التغير و التقارب.

### التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 2 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات الدالة  $g$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

2- إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $g(x) > 0$ .

الجزء الثاني : لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة  $\|\vec{i}\| = 2cm$ .

1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ , فسر النتيجةين بيانيا.

- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$

أ- إستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف  $\omega$  يطلب تعيين إحداثياتها.

ت- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند نقطة الإنعطاف.

ث- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $0,30 \leq \alpha \leq 0,40$ .

3- أنشئ  $(T)$ ,  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

4- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $x - f(x) = f'(x) - 1 - e^{-x}$

- أحسب مساحة للحيز المستوي  $S_\alpha$  المحدد بالمنحنى  $(C_f)$ , و المستقيم  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : 04 نقاط

لدينا  $U_1, U_2, U_3$  ثلاث صناديق .

يحتوي الصندوق  $U_1$  على 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و يحتوي الصندوق  $U_2$  على كرتين حمراويتين و 4 كرات خضراء و يحتوي الصندوق  $U_3$  على كرتين حمراويتين و 3 كرات خضراء .

نسحب من أحد الصناديق عشوائيا كرة واحدة .

- (1) أنشئ شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.
- (2) ماهو إحتمال سحب كرة خضراء من الصندوق  $U_2$  .
- (3) أحسب إحتمال سحب كرة خضراء .
- (4) علما أن الكرة المسحوبة خضراء ما هو إحتمال أنها من الصندوق  $U_2$  ؟

### التمرين الثاني : 05 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  , نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لاحقاتها  $z_A = 2, z_B = 1 + i\sqrt{3}, z_C = \overline{z_B}$  على الترتيب .

1- أ. أنشئ النقط  $A, B, C$  .

ب. أكتب كل من  $z_B, z_C$  و  $\frac{z_B}{z_C}$  على الشكل الاسي . إستنتج طبيعة المثلث  $OBC$  .

2- اثبت أن نوع الرباعي  $OBAC$  هو معين .

3- لتكن  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث :  $|z| = |z - 2|$  عين ثم أنشئ المجموعة  $(\gamma)$  .

||-  $f$  تحويل نقطي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث  $z \neq z_A$  , النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$

$$z' = \frac{-4}{z-2}$$

1. أ- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z' = z$  .

ب- استنتج صورتى النقطتين  $B, C$  بواسطة التحويل  $f$  .

$$2. \text{ أثبت أن : } |z' - 2| = \frac{2|z|}{|z - 2|}$$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة  $M$  المجموعة  $(\gamma)$  , فان النقطة  $M'$  تمسح دائرة  $(C)$  يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها , ارسم الدائرة  $(C)$  .

### التمرين الثالث : 04 نقاط

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  . نعتبر النقط  $A(-2; 2; -1), B(1; -2; 1), C(-1; 4; -1)$

1- بين أن النقط  $A, B, C$  تعين مستويا .

- تحقق أن  $\vec{n}(2; -1; -5)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  . ثم إستنتج معادلة ديكارتية له .

2- ليكن المستوي  $(P)$  ذي المعادلة الديكارتية  $2x - y + z - 3 = 0$  .

أ) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متعامدان .

ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  .

صفحة 3 من 4

ت) أحسب المسافة بين النقطة  $F(1;-2;0)$  وكل من المستويين  $(ABC)$  و  $(P)$  ثم إستنتج  $d(F;(\Delta))$   
 3- عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء حيث :  $d(M;(P)) = \sqrt{5} \times d(M;(ABC))$  .

### التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $[1; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = 1 - x + \ln(2x)$

- 1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  . ثم شكل جدول تغيراتها .
- 2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $[1; +\infty[$  حلا وحيدا  $\alpha$  . ثم بين أن :  $1 + \ln(2\alpha) = \alpha$
- 3) لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 1 + \ln(2u_n)$

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، نسمي  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h(x) = 1 + \ln(2x)$

- أ- بين كيفية إنشاء المنحنى  $(C_h)$  من خلال التمثيل البياني للدالة المرجعية :  $x \mapsto \ln x$  .
- ب- بإستعمال المنحنى  $(C_h)$  مثل على حامل محور الفواصل الحدود :  $u_0, u_1, u_2, u_3$  .
- ت- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن :  $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$  .
- ث- إستنتج إجهاد تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها . عين نهايتها .

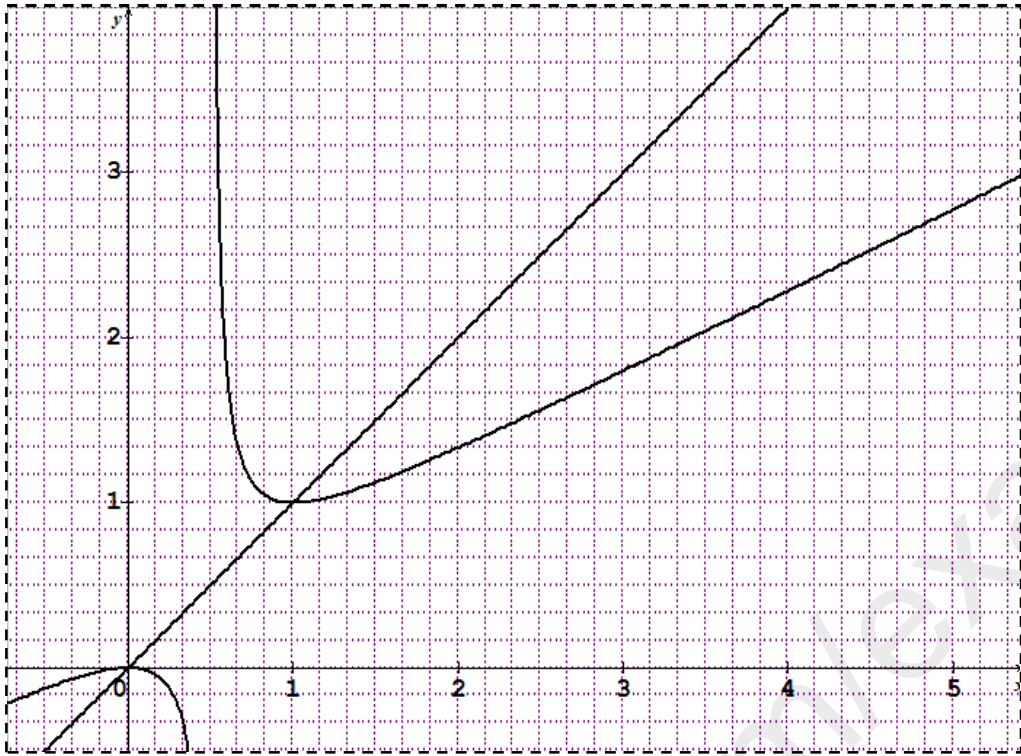
الجزء الثاني : لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = (x-1)e^{1-x}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . الوحدة  $\|\vec{i}\| = 2cm$  .

- 1- من أجل كل عدد حقيقي  $x \geq 1$  نضع :  $F(x) = \int_1^x f(t) dt$
- 2- بين أنه من اجل كل  $x \geq 1$  فإن :  $f(x) \geq 0$  ثم إستنتج أن الدالة  $F$  متزايدة على المجال  $[1; +\infty[$  .
- 3- بإستعمال المكاملة بالتجزئة ، أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x \geq 1$  فإن :  $F(x) = 1 - xe^{1-x}$
- 4- بين أن المعادلة  $F(x) = \frac{1}{2}$  تكافئ المعادلة :  $1 + \ln(2x) = x$
- 5- عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 1 . نسمي  $S_\lambda$  جزء المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ، ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=\lambda$  . عين العدد  $\lambda$  بحيث يكون  $S_\lambda = 2 . cm^2$  .

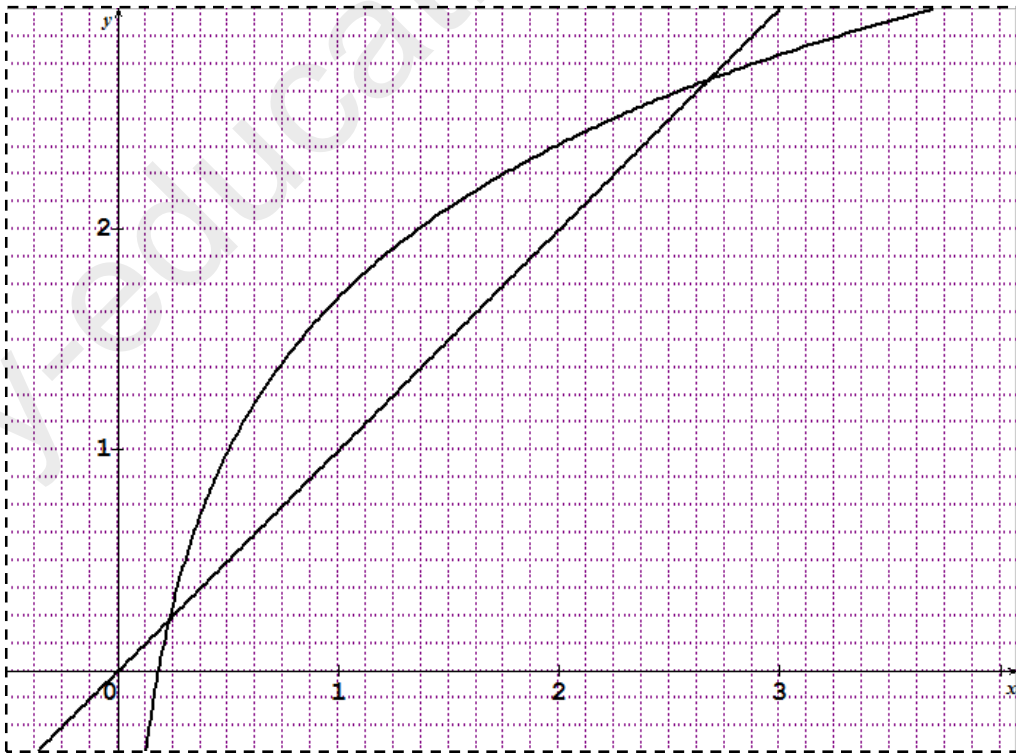
إنتهى الموضوع الثاني

خاص بالتمرين الثالث - الموضوع الأول :



الإسم واللقب : ..... قسم : .....

خاص بالتمرين الرابع - الموضوع الثاني :



الإسم واللقب : ..... قسم : .....