

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية السعيد زروقي

دورة ماي 2017

امتحان البكالوريا التجاري

الشعبة رياضيات

المدة 04سا و 30

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول(3ن) أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

1) اوجد العبارة الخطية للدالة $h(x) = \cos^5 x$ ثم استنتج دالتها الأصلية

$$\left(\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}\right)^5 \quad \text{حيث } H(\pi) = 16$$

2) الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

احسب اصغر بمسافة بين المستقيمين (\mathbb{I}) و (\mathcal{J}) بحيث

$$(\mathbb{I}) \begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = 3t + 2 \\ z = 2 \end{cases}; t \in \mathbb{R} \quad (\mathcal{J}) \begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = -\alpha \\ z = 1 \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$$

3) بين صحة المساواة $\mathcal{S}_n = \sum_{k=1}^n \frac{4k}{4k^4 + 1} = 1 - \frac{1}{2n^2 + 2n + 1}$

$(4a^4 + b^4) = (2a^2 + 2ab + b^2)(2a^2 - 2ab + b^2)$ (إستعمل)

التمرين الثاني(5ن)

لتكن المتالية $w_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$ المعروفة كما يلي

حيث e يرمز الى اساس اللوغاريتم النيراني

1) احسب w_1

$$w_n = e - nw_{n-1} \quad \text{باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن}$$

2) لتكن المتالية $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ بحيث

عبر عن φ_{n+1} بدلالة φ_n واستنتج أن حدود المتالية (φ_n) طبيعية

برهن بالترابع من اجل $n \in \mathbb{N}^*$ أن $n - 1 \leq \varphi_n$

3) بين ان المتالية $(\mathcal{L}_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي متقاربة

التمرين الثالث(5ن)

$$(I) \quad \text{حل في } \mathbb{C} \quad \text{المعادلة} \quad \frac{\sqrt{2}z}{2} = \sqrt{z - 2}$$

1) استنتاج حلول المعادلة $(\bar{z} + 2 + 2\sqrt{3}i)^2 - 2\bar{z} = 4\sqrt{3}i$ حيث \bar{z} هو مرافق z

(II) المستوى منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) نقطة ذات اللواحق على

$$z_D = -1 + 3\sqrt{3}i, z_C = -1 + \sqrt{3}i, z_B = 1 - \sqrt{3}i, z_A = 1 + \sqrt{3}i \quad \text{الترتيب}$$

أوجد زاوية و نسبة التشابه المباشر \mathcal{S} الذي مركزه B ويحول C إلى A ثم اعط عبارته المركبة

عين إحداثيات D صورة D بالتشابه \mathcal{S} ثم استنتاج أن المثلثين BCD و BAD متاشابهين

نعتبر التحويل النقطي Φ الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ بحيث

$$2Z' = 2(-icos(\pi/6) + sin(\pi/6))z - 1$$

عين طبيعة التحويل Φ وعنصره المميزة

عين العبارة المركبة للتحويل $\Phi \circ S$

عين طبيعة مجموعة النقط M من المستوى (Γ) بحيث

عين صورة المجموعة (Γ) بالتحويل $\Phi \circ S$

التمرین الرابع(7ن)

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة \mathbb{R} كما يلي

نسمى (C_f) منحناها البياني في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الطول $2cm$

أدرس تغيرات الدالة f شكل جدول تغيراتها ثم أنشئ (C_f) في المعلم السابق

ناقش حسب قيم m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = f(m)$ حيث m و سطح حقيقي

أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ لحيز المستوى المحدد بالمنحني (C_f)

و المستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ و $x = \frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} S(\lambda)$ حيث $y = \frac{1}{2}$ و $x = \lambda$

(II)

أحسب المشتقات الممتبعة $f^{(n)}$ للدالة f حتى الرتبة 4 من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n

أوجد تخمينا للعبارة العامة $f^{(n)}$ ثم برهن بالترابع هذا التخمين

أستنتج حلول المعادلة التفاضلية $y'' = 8(-2 - 2x)e^{2x}$

(III)

من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n المماثل للدالة $f^{(n)}$ يقبل ماس يوازي

حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n, y_n)$ أحسب بدلالة n كلا من y_n و x_n

أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ بين أن المتالية (x_n) حسابية يتطلب تعين أساسها و حدتها الأول

أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ بين أن المتالية (y_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدتها الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(3ن) أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) بحيث $y'' - 2y' + y = 4e^x$ بين ان الدالة ψ

بحيث $\psi(x) = (2x^2 - 3x)e^x$ هي حل لـ (E) وأستنتج دالة أصلية لدالة ψ

(2) المستوى منسوب الى المعلم المتعامد والمحاجنس $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ولتكن النقطة $M(z)$ ذات

عين مجموعة النقط من المستوى ذات اللاحقة z التي تحقق

$$\arg(\bar{z} - 2i)^2 - \arg(2\bar{z} - 4i)^2 + \arg(i + 1) = \frac{\pi}{7}$$

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع

بين انه اذا كان n فرديا فإن A_{n+1} يقبل القسمة على 7

التمرين الثاني(5ن)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمحاجنس $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ و α عدد حقيقي من المجال $[0, \pi]$

لتكن (S_α) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق

$$(S_\alpha): OM^2 - 2 \cos(\alpha) [\overrightarrow{OM} \cdot (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})] + 3 - 4 \sin^2(\alpha) = 0$$

اعط معادلة ديكارتية لـ (S_α)

(2) بين ان (S_α) هي سطح كرة يطلب تعين مركزها I_α و نصف قطرها

استنتاج مجموعة النقط I_α عندما يمسح α المجال $[0, \pi]$

(3) عين سطوح الكرات O التي تمر بالمبعد (S_α)

بين أن O منتصف القطعة $[I_{\pi-\alpha} I_\alpha]$

استنتج أن $(S_{\pi-\alpha})$ و (S_α) متواظران بالنسبة إلى O

4) ليكن المستوى (P) ذو المعادلة $x + y + z = 0$

عين احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة I_α على (P) ثم ادرس (P) و (S_α)

التمرين الثالث(4ن)

1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 5

استنتاج باقي القسمة الاقليلية ل $(2017^{4n+3} - 2 \times 2016^{8n} + 2014^{2n+1})$ على 5

2- بين ان العدد 131 اولي

3- عين الأعداد الطبيعية n التي تتحقق

$m=PPCM(a, b)$ و $d=PGCD(a, b)$ حيث

4- عين قيم يكون $n < 15$ ثم استنتاج الثنائيات (a, b)

التمرين الرابع(8ن)

(I) نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي

نسمى (C_{f_n}) منحناها البياني في المعلم (\vec{J}, \vec{i}) عدد طبيعي غير معروف

أدرس تغيرات f_1 ثم عين معادلة المماس (T) للمنحي (C_{f_1}) في النقطة ذات الفاصلة 1

بين ان جميع المنحنيات (C_{f_n}) تشتراك في نقطتين ثابتين عينهما

أدرس اتجاه تغيرات الدالة f_n في حالة n فردي ثم في حالة n زوجي ثم شكل جدولين لتغيراتها

أثنى (C_{f_2}) و (C_{f_1})

$\varphi_n = \int_1^e f_n(x) dx$ ممتالية عددية معرفة ب (φ_n) (II)

أحسب φ_1 ثم بين أن $\varphi_n = -\frac{1}{e} + (n+1)\varphi_1$

أحسب φ_2 استناداً إلى المساحة الحيز من المستوى المحدد ب (C_{f_2}) و (C_{f_1}) والمستقيم ذي المعادلتين

$X=c$ و $X=1$

(III)

نعتبر الان (W_n) ممتالية عددية معرفة ب $(W_n) = \int_1^{e^2} f_n(x) dx$

أحسب W_1 ثم بين أن $(W_{n+1}) = -\frac{2^{n+1}}{e^2} + (n+1)W_n$

أستناداً إلى W_1 و W_2

لتكن الدالة g المعرفة كما يلي على المجال $[0, +\infty]$

أوجد حجم الجسم المولود عن دوران منحني الدالة g حول محور الفواصل في المجال

$x \in [1, e^2]$

الموضوع الثالث

التمرين الأول(4ن) أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

1) أوجد ثلاثة أعداد حقيقة a و b و c بحيث

$$\frac{x^2}{(x-1)^2} = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$$

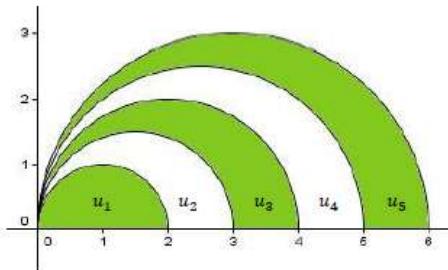
احسب القيمة المتوسطة للدالة $h(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ في المجال $[0, -3]$

2) لتكن المتتالية (ϖ_n) المعرفة بعدها العام كما يلي

برهن بالترابع من اجل كل عدد طبيعي غير معروف صحة المساواة

$$\varpi_1 + 2\varpi_2 + 3\varpi_3 + \cdots + n\varpi_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$$

3) اثبت ان المتتالية (u_n) للمساحات كما في الشكل أدناه هي متتالية حسابية اوجد عبارة حدتها العام والحد u_{100}



التمرين الثاني(5ن)

1) نعتبر الدالة φ المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي

ادرس تغيرات الدالة φ

برهن أن للمعادلة $\varphi(x) = 0$ حل واحد α حيث $3 < \alpha < 4$ ثم انشئ

2) نعتبر الدالة μ المعرفة على $[3, +\infty]$ كما يلي

برهن أن المعادلة $\mu(x) = x$ تكافئ المعادلة $\varphi(x) = 0$

برهن أن $3 \geq \varphi'(x)$ و ان $\varphi(x) \geq \frac{4}{9}$

3) نعتبر المتسلالية (ζ_n) المعرفة كما يلي

$$\begin{cases} \zeta_0 = 3 \\ \zeta_{n+1} = \mu(\zeta_n) \end{cases}$$

برهن بالترابع أن $\zeta_n \geq 3$

باستعمال التكامل برهن أن $\zeta_{n+1} - \alpha \leq \frac{4}{9}(\zeta_n - \alpha) < 0$

من العبارة الاخيرة اوجد حسرا احد طرفيه

$$\left(\frac{4}{9}\right)^n$$

ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow \infty} \zeta_n$

التمرين الثالث(5ن)

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، كرتين صفراوين وكرتين حمراوين.نسحب كرتين على التوالي (بدون إرجاع).

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة و Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة.

1) عين القيم الممكنة ل X .

2) عين قانون احتمال المتغير X .

3) احسب الأمل الرياضي والتباين للمتغير X .

4) أجب عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y .

5) نعتبر المتغير العشوائي Z حيث $Z = X + Y$ ، ولتكن N المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عبر عن Z بدلالة N . • استنتاج قانون احتمال Z .

- احسب $E(Z)$ الأمل الرياضي ل Z و $\sigma^2(Z)$ تباين Z .

التمرين الرابع(6ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعدد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

لتكن الدالة f المعرفة على $[0; +\infty]$ كما يلي:

$$f(x) = e^{-x} \cos(4x)$$

الشكل أدناه هو تمثيلها البياني Γ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty)$ بـ

و نرمز بـ C إلى تمثيلها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty)$:

$$-e^{-x} \leq f(x) \leq e^{-x}$$

ب- استنتج نهاية f عند $+\infty$.

2. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين Γ و C .

3. نعرف المتتالية (u_n) على N بـ

أ- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعين أساسها.

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و ادرس تقاربها.

4. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty)$:

$$f'(x) = e^{-x} [\cos(4x) + 4\sin(4x)]$$

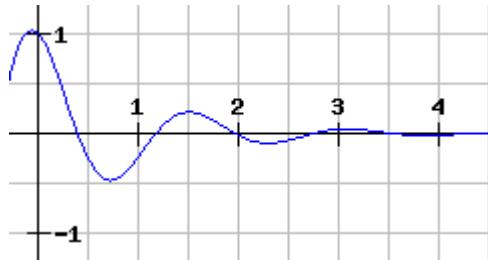
ب- استنتاج أن المنحنيين Γ و C لهما نفس المماس عند كل نقطة من نقاط تقاطعهما.

5. أعط قيمة مقربة إلى 10^{-1} لمعامل توجيه المماس T

للمبني Γ عند النقطة التي فاصلتها $\frac{\pi}{2}$

• أتم الشكل السابق برسم المماس T و المنبني C .

أوجد مساحة الحيز المحدد بـ Γ و C في المجال $[0; 1; 5]$.



عن الأستاذ لعلاونة علي