الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية تواتي حمد لخضر**

مديرية التربية ولاية الوادى — **متقن ميلودي العروسي**

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — **ثانوية بحري بكار**

الشعبة : رياضيات. — **دورة : ماي 2017**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 04 سا**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

1) حل في Z^2 المعادلة التالية ذات المجهول $(x;y)$: $6x-5y=7$

2) عين الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$

3) أ- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5

ب- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن : $x^n \equiv 2^n\ [5]$

جـ - عين قيم العدد الطبيعي n حيث : $x+x^2+x^3+\cdots.+x^n \equiv 2\ [5]$

4) العدد الطبيعي $\overline{1438}$ مكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α

جد أصغر قيمة للعدد الطبيعي α بحيث يكون :

$$2017^{2018}+8^{2016}+\overline{1438} \equiv 0\ [5]$$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب

$$Z_A=2\sqrt{3}-2i \quad ، \quad Z_B=2+2\sqrt{3}i \text{،} \quad Z_C=Z_A+Z_B$$

1) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب Z_C

2) أ- ليكن θ عمدة للعدد المركب Z_C

باستعمال العلاقتين التاليتين: $\cos(2\theta)=2(\cos\theta)^2-1$ و $\sin(2\theta)=2\sin\theta\times\cos\theta$

ا- أثبت أن : $gar(Z_C)=\frac{\pi}{12}+2k\pi$

ب - أكتب Z_C على الشكل المثلثى ثم الأسى

جـ - عين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $(Z_C)^n$ حقيقي ، ثم استنتج أن $(Z_C)^{2028}$ عدد حقيقي

3) (E) مجموعة النقط M صورة Z في المستوي المركب حيث :

$$(Z-2\sqrt{3}+2i)(\overline{Z}-2\sqrt{3}-2i)=Z_B\times\overline{Z_B}$$

أ- برهن من أجل كل عدد مركب Z أن : $Z\times\overline{Z}=|Z|^2$

ب) تحقق أن النقطة C من (E) ثم حدد مجموعة النقط (E) .

4) $(\grave{E})$ مجموعة النقط M صورة Z في المستوي المركب حيث :

$Z=2+2\sqrt{3}i+4\,e^{i\theta}$ ، (θ حدد حقيقي)

عين المجموعة $(\grave{E})$ ثم تحقق أن النقطة C من $(\grave{E})$

5) أ- حدد طبيعة التحويل النقطي R مع ذكر عناصره المميزة الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M(\grave{z})$ والمعرف بـ : $(\grave{Z}-Z_C)=e^{-i\frac{\pi}{2}}(Z-Z_C)$

ب- تحقق أن $(\grave{E})$ هي صورة (E) بالتحويل R .

التمرين الثالث: (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط

A(1 , 1, -1) , B (1 , 1, 0) و $I(1 , 0 , 0)$ و $J(0 , 1 , 0)$ و $K(0 , 0 , 1)$

المطلوب : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية مع التعليل :

1) النقط A, I, J و K تنتمي إلى : أ) مستقيم واحد ب) مستو واحد ج) لا تنتمي الى مستو واحد

2) معادلة المستوي (IAB) هي: أ) $x = 1$ ب) $y = 1$ ج) $z = -1$

3) (S) سطح كرة مركزها O و نصف قطرها $\frac{1}{2}$, المستقيم (IJ):

أ) يقطع السطح (S) ب) لا يقطع السطح (S) ج) يمس السطح (S)

4) مجموعة النقط M من الفضاء التي إحداثياتها (x, y, z) تحقق: $(x + y - z + 1)^2 + (y + x)^2 = 0$

هي تمثل : أ) مستقيم ب) مستوي ج) مجموعة خالية

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I- g الدالة المعرفة على $]0 ; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln(x + 1) - \frac{x}{x+1}$

- أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج إشارتها .

II- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^x \times \ln(1 + e^{-x})$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) بوضع: $t = e^{-x}$ بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتائج هندسيا .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x \times g(e^{-x})$

3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المنحنى (C_f) (تعطى -0.7 فاصلة نقطة انعطاف للمنحنى (C_f))

5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) - f(x) = \frac{-e^x}{e^x+1}$ ثم استنتج دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$

ب- أحسب مساحة الحيز في المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات $x = 0$ ، $x = 1$ و $y = 0$

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إ شارة حلول المعادلة : $\ln(1 + e^x) - m\,e^{-x} - x = 0$

7) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1 ; 0]$ لدينا : $0 \leq f'(x) \leq g(e)$

8) بين أن المعادلة $f(x) + x = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1 ; 0[$

III- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = -f(u_n)$

1- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\ [-1 ; 0]$

2- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_{n+1} - \alpha| \leq g(e)\,|u_n - \alpha|$

3- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $|u_n - \alpha| \leq [g(e)]^n$

4- احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ ، (تعطى : $g(e) \simeq 0.6$)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{2}{3} u_n + \frac{1}{3} n + 1$

1 - أ) أحسب الحدود u_1، u_2، u_3

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n)

2 - أ) برهن بالتراجع ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < n + 3$

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3 - لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n =. u_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم أستنتج u_n بدلالة n

جـ) هل المتتالية (u_n) متقاربة.

4 - نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 \dots\dots\dots + u_n + 2v_n$

بين أن : $S_n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n + 6$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$، نعتبر النقط $A(-7،0; 4)$ ، $B(2; 1; 3)$

$C(3; 2; 4)$ $D(-3; -6; 6)$ و المستوي (p) معادلته $2x - 3y + Z - 4 = 0$

1- تحقق أن النقطتين B و C من المستوي (p)

2- بين (p) هو المستوي المحوري للقطعة $[AD]$

3- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AD)

4- تحقق أن النقطة $H(-5; -3; 5)$ هي نقطة تقاطع المستقيم (AD) والمستوي(p)

5- علما أن حجم الربا عي $ABCH$ هو 10 (وحدة حجوم).استنتج مساحة المثلث BCH

6- ا) بين ان التمثيل الوسيطي للممستوي (p) معرف بـ : $\begin{cases} x = \alpha + 7\lambda + 2 \\ y = \alpha + 4\lambda \\ z = \alpha - 2\lambda \end{cases}$ ، α و λ عددين حقيقيين

ب) لتكن M نقطة كيفية من المستوي (p) ، أثبت أن الجداء $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}$ مستقل عن الوسيطين α و λ

جـ) عين قيمتي α و λ بحيث تكون المسافة AM أصغرما يمكن ثم استنتج هذه المسافة

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلتين ذات المجهول Z حيث:

(1) $Z^3 - 2Z^2 + 5Z = 0$ ، (2) $Z^3 + Z^2 + 4Z + 4 = 0$

I) 1 - بين إذا كان Z_0 حلا للمعادلة (1) فإن $(Z_0 - 1)$ حلا للمعادلة (2).

2 - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ثم استنتج حلول المعادلة (2)

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C ذات اللواحق على الترتيب : $Z_A = -1$ ، $Z_B = 1 + 2i$ ، $Z_C = 1 - 2i$

1 - أكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2 - استنتج تحويلا T في المستوي المركب يحول النقطة C إلى النقطة B والنقطة A إلى نفسها مع ذكر عناصره المميزة

3- عين لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

4- h التحويل النقطي في المستوي الذي يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $\acute{M}(\acute{z})$

المعرف بالعبارة : $\overrightarrow{\acute{M}M} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

أ) أثبت أن : $\overrightarrow{G\acute{M}} = 4\,\overrightarrow{GM}$

ب) أكتب الصيغة المركبة للتحويل h وحدد طبيعته مع ذكر عناصره المميزة

5 - أ) التحويل S المعرف بـ : $S = T \circ h$ هو تشابه مباشر يطلب نسبته وزاويته .

ب) أحسب مساحة المثلث $\acute{A}\acute{B}\acute{C}$ صورة المثلث ABC بالتحويل S

6- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\underbrace{SoSo\ldots\ldots oS}_{(n \text{ مرة})}$ تحاكيا نسبته موجبة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I - لتكن g دالة معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x) = 1 - e^{1-x} + \ln x$

1- أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

2- أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II - f دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = e^{1-x} + x\ln x & : x > 0 \\ f(0) = e \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أ) بيّن أن f مستمرة على يمين الصفر .

ب) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين الصفر .

2- أ) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أحسب $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أنشئ (C_f) .

4 – أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب : $\int_1^e x\ln x\,dx$

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$, $x=e$ و $y=0$

5 – أ) عين قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=f(m)$

حلين في المجال$]0,+\infty[$ (تعطى $f(2.66) \simeq e$)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $e\left(\frac{1}{e^x}-1\right) = m + x\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

III - h الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $h(x) = \ln[f(x)]$

1- أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج اشارة $h'(x)$

2- شكّل جدول تغيرات الدالة h .