

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط :  $A(0, -2, 2)$  ،  $B(3, 1, 5)$  ،  $C(3, -2, -1)$  و  $E(-3, 4, -1)$  .

1- حدد طبيعة المثلث  $ABC$  .2- اكتب معادلة للمستوي  $(P)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و الشعاع  $\overrightarrow{AB}$  ناظمي له.

$$3- \text{ نعتبر المستوي } (Q) \text{ تمثياله الوسيطى : } \begin{cases} x = t + \alpha \\ y = 2t - 2 \\ z = t + \alpha + 2 \end{cases} \quad t, \alpha \in \mathbb{R}$$

أ) تحقق أن النقطة  $A$  تنتمي للمستوي  $(Q)$ ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(1, 0, -1)$  ناظمي للمستوي  $(Q)$  .4- عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  .5- بين أن المستقيم  $(AE)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$  .6- أ) احسب حجم رباعي الوجوه  $EABC$  ، ثم عين قيسا للزاوية  $BEC$  .ب) احسب مساحة المثلث  $BEC$  ، ثم استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $(BEC)$  .

التمرين الثاني : (03.5 نقطة)

$(U_n)$  متتالية معرفة بـ :  $U_0 = -6$  ، و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n - 1$

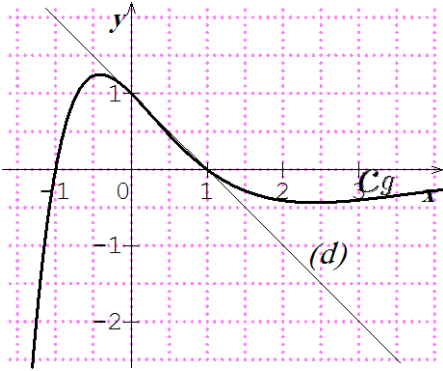
1- أ) برهن من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 3$  أن :  $U_n > 0$ ب) أكتب  $U_n$  بدلالة  $U_{n-1}$  ، ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 4$  أن :  $U_n > 2n - 3$ ج) احسب نهاية المتتالية  $(U_n)$  .2-  $(V_n)$  متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $V_n = U_n - 4n + 10$ أ) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية احسب أساسها و حدها الأول.ب) أثبت من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن :  $U_n = 2^{2-n} + 4n - 10$ ج) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

### التمرين الثالث: (05 نقط)

- 1-  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$  كثير حدود للمتغير المركب  $z$  حيث :  
 أ) احسب  $P(-1)$  ، ثم عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يكون :  $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$ .  
 ب) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .
- 2- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $G$  لواحقها على الترتيب  
 $z_G = 3$  و  $z_C = 2 - i\sqrt{3}$  ،  $z_B = 2 + i\sqrt{3}$  ،  $z_A = -1$   
 أ) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $(z_B - z_A)^n$  عددا حقيقيا سالبا.  
 ب) احسب الأطوال  $AB, AC$  و  $BC$  ، ثم عين طبيعة المثلث  $ABC$ .
- 3- أ) اكتب  $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$  على الشكل الأسّي ، ثم استنتج أن صورة  $A$  بتحويل نقطي يطلب تعيينه.  
 ب) جد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث  $ACG$ .
- 4- أ) بين أن النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A, -1), (B, 2), (C, 2)\}$ .  
 ب) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث :  $\|-\overline{AM} + 2\overline{BM} + 2\overline{CM}\| = \|\overline{BM} - \overline{CM}\|$
- 5- أنشئ النقطة  $H$  لاحقتها  $z_H = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$  دون حساب ، ثم عين بطريقة هندسية عمدة للعدد المركب  $z_H$ .

### التمرين الرابع: (06.5 نقطة)

- I-  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (1+ax^2)e^{bx}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ،  $C_g$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  و  $(d)$  مماس  $C_g$  في النقطة فاصلتها  $0$  ، (أنظر الشكل المقابل)
- 1- بقراءة بيانية احسب  $g(-1)$  ،  $g(0)$  و  $g'(0)$ .  
 2- اكتب معادلة للمماس  $(d)$ .  
 3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن :  $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$
- II-  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (1+x)^2 e^{-x}$
- $C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
- 1- احسب نهايتي  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .  
 2- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.  
 3- أ) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا.  
 ب) اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $C_f$  عند النقطة فاصلتها  $0$ .  
 4- أ) أنشئ  $C_f$  و  $(\Delta)$ .  
 ب) عين قيم الوسيط  $m$  حتى يكون للمعادلة :  $f(x) = m$  حل سالب.
- 5-  $h$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = f(x^2) - 1$   
 - دون كتابة عبارة الدالة  $h$  احسب  $h'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $h$ .



## الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

1- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B$  و  $C$  لواحقتها على الترتيب :

$$z_C = 1 + z_A, \quad z_B = 2 + 4i, \quad z_A = 1 + 3i$$

أ) اكتب  $z_B - z_A$  على الشكل الأسّي .

ب) عين  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ .

2- أ) اكتب العبارة المركبة للتحاكي  $T$  الذي مركزه  $G$  ونسبته -2

ب) عين احداثي النقطة  $H$  سابقة النقطة  $C$  بالتحويل  $T$  ، ثم تحقق أن  $H$  منتصف القطعة المستقيمة  $[AB]$  .

3-  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M$  لاحقتها  $z$  حيث :  $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$  و  $k$  يتغير في  $\mathbb{R}_+$ .

أ) عين قيسا للزاوية الموجمة  $(\vec{u}, \overline{AB})$

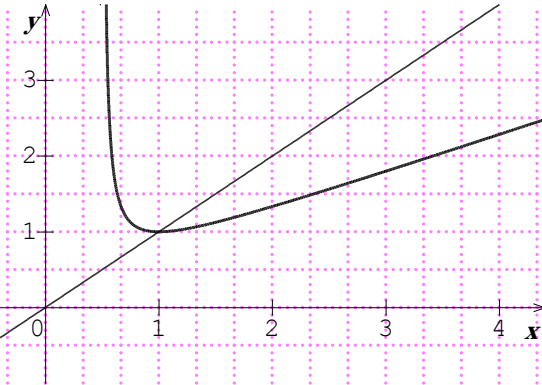
ب) تحقق أن المجموعة  $(\gamma)$  هي نصف المستقيم  $[AB]$  .

4- بين أن :  $\frac{z_C - z}{z_B - z_A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{-i\frac{\pi}{4}} - k \right)$  ، ثم تحقق أن النقطة  $H$  تنتمي إلى  $(\gamma)$  .

- استنتج أن المستقيمين  $(AB)$  و  $(CH)$  متعامدان .

التمرين الثاني : (04 نقط)

$(U_n)$  متتالية معرفة بـ :  $U_0 = 4$  ، و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2U_n - 1}$



$f$  دالة معرفة على  $\left[ \frac{1}{2}, +\infty \right[$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$  ، تمثيلها البياني و  $(\Delta)$  المستقيم معادلته :  $y = x$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس ( أنظر الشكل المقابل )

1- أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور

الفواصل الحدود  $U_0, U_1, U_2$  دون حسابها.

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  و تقاربها.

2- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن :  $U_n \geq 1$

3-  $(V_n)$  متتالية معرفة من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  بـ :  $V_n = \ln \left( 1 - \frac{1}{U_n} \right)$

أ) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية احسب أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج أن :  $U_n = \frac{1}{1 - \left( \frac{3}{4} \right)^{2^n}}$

ج) تحقق من صحة تخمينك السابق ، فيما يخص اتجاه التغير و التقارب.

التمرين الثالث : (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، نعتبر المستقيم  $(\Delta)$  المار بالنقطة  $A(-3, -1, -3)$

$$\begin{cases} x = t + 3 \\ y = 2t + 2 \\ z = -2t + 3 \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R} \quad \text{و } \vec{u}(2, -2, -1) \text{ شعاع توجيه له ، و المستقيم } (d) \text{ تمثيله الوسيطي :}$$

1- أ) تحقق أن النقطة  $B(3, 2, 3)$  تنتمي للمستقيم  $(d)$  .

ب) بين أن المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(d)$  متعامدين ، و ليسا من نفس المستوي.

ج) اكتب معادلة ديكراتية للمستوي الذي يحوي  $(\Delta)$  و يوازي  $(d)$ .

2-  $(S)$  سطح كرة مركزها  $C(-1, 0, -1)$  و نصف قطرها 6. و  $(P)$  مستو معادلته :  $2x + y + 2z + 13 = 0$

أ) أثبت أن  $(S)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق دائرة مركزها  $A$  ، يطلب تعيين نصف قطرها.

ب) بين أن المستقيم  $(d)$  مماس لسطح الكرة في النقطة  $B$  .

3- أ) احسب  $AB$  ، ثم استنتج أن النقطة  $C$  تنتمي للقطعة المستقيمة  $[AB]$  .

ب) عين مستقيما عموديا على كل من المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(d)$ .

التمرين الرابع : (07 نقط)

$I - g$  و  $h$  دالتان معرفتان على  $D = ]0, +\infty[$  بـ :  $g(x) = x - 1 - \ln x$  و  $h(x) = x + (x - 2)\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- استنتج حسب قيم  $x$  من  $D$  إشارة  $g(x)$  .

3- أ) تحقق من أجل كل  $x$  من  $D$  أن :  $h(x) = 1 + g(x) + (x - 1)\ln x$

ب) أثبت من أجل كل  $x$  من  $D$  أن :  $(x - 1)\ln x \geq 0$  ، ثم استنتج أن :  $h(x) > 0$

$II - f$  دالة معرفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $f(x) = 1 + x \ln(x) - (\ln x)^2$

$C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و فسر النتيجة هندسيا.

2- بين من أجل كل  $x$  من  $D$  أن :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$  ، ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  مماس  $C_f$  عند النقطة  $A(1, 1)$ .

ب) بين من أجل كل  $x$  من  $D$  أن :  $f(x) - x = (-1 + \ln x)g(x)$

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $C_f$  و المماس  $(\Delta)$  ، هل أن  $A$  نقطة انعطاف للمنحنى  $C_f$  ؟

4- أنشئ  $C_f$  و  $(\Delta)$  . ( تعطى فاصلة نقطة تقاطع  $C_f$  مع حامل محور الفواصل  $x_0 \approx 0.5$  )

5- أ) بين أن الدالة :  $x \mapsto \left( \frac{x^2}{2} + 2x \right) \ln(x) - \frac{x^2}{4} - x - x (\ln(x))^2$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$

ب) احسب التكامل :  $\int_1^e (x - f(x)) dx$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا.