

:

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول**

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس (Δ) ، $B(3;0;1)$ ، $A(0;-1;3)$ و $D(\vec{O};\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيم المار بالنقطتين

$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

1) أ- أكتب تمثيلاً وسيطياً لكل من المستقيمين (D) و (Δ) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

2) (p) المستوى الذي يشمل (D) و يوازي (Δ) .

- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستوى (p) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) ('p) المستوى الذي يشمل (Δ) و يوازي (D) .

- بين أن $(-1;-1;\bar{n})$ شعاع ناظمي للمستوى (p) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

4) أ- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوى (p) .

ب- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (D) والمستوى (p') .

ج- استنتاج المسافة بين المستقيمين (D) و (Δ) .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

- Z عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n : $\text{Arg}(Z^n) = n \cdot \text{Arg}(Z)$

.1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول Z $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$:

2) في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات

$Z_D = -\sqrt{3} - i$ ، $Z_C = 2i$ ، $Z_B = \sqrt{3} + i$ ، $Z_A = \sqrt{3} - i$ على الترتيب.

أ- علم النقط A ، B ، C و D .

ب- اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسني . استنتاج طبيعة المثلث ABC .

ج- تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتهي إلى الدائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها.

د- عين مجموعة النقط (z) من المستوى M حيث $\text{Arg}\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

3) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D .

أ- اثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية).

ب- تتحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C .

4) لتكن النقطة G مرجم النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات $1, -1, 2$ على الترتيب.

أ- عين احداثي النقطة G .

ب- بين ان (Γ) مجموعة النقط M من المستوى التي تتحقق $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$

هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ $u_0 = \frac{1}{2}$ ، $u_n = \frac{1}{2} u_{n+1}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2} u_n$

1) احسب v_0 .

بـ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها.

جـ اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

دـ احسب ، بدلالة n ، المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$

اـ احسب w_0 .

بـ بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها.

جـ اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عين أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2016$

التمرين الرابع: (6.5 نقطة)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[+1; +\infty)$ كما يلي :

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$

6) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

7) أرسم المنحني (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$

9) أـ بين أن الدالة $F_a : x \rightarrow \ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \rightarrow \ln(x+a)$ على المجال $[-a; +\infty)$

بـ احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات $y = x + 1$ ، $y = 0$ ، $x = 0$ ، $x = 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشحي قسم 3 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$ يقول عن مترشح انه مفاجأة إذا عمل بجد ولم ينجح أو نجح ولم يعمل بجد.
نعتبر الحوادث :

" T " المترشح يعمل بجد ، "A" المترشح ناجح " و "S" المترشح مفاجأة "

نختار عشوائياً مترشحاً من هذا القسم :

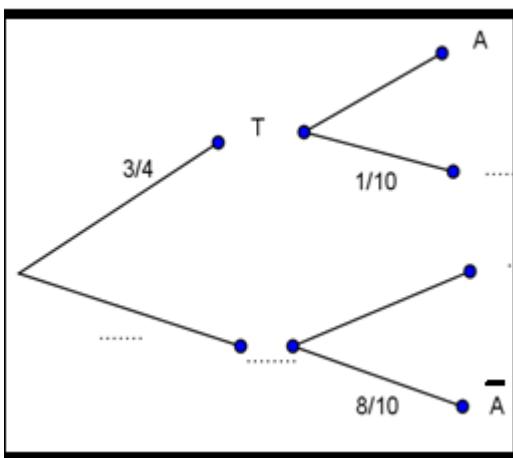
1- انقل و أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة :

2- أحسب احتمالات الحوادث :

3- ما هو احتمال أن يكون المترشح ناجحاً .

4- علماً أن المترشح ناجح ، ما احتمال أن يكون عمل بجد .

5- بين أن احتمال S هو : 0,125 .



التمرين الثاني: (5 نقاط)

. بين أن من أجل كل عدد ين مركبين Z و Z' : $\overline{Z \times Z'} = \overline{Z} \times \overline{Z'}$:

. 2. $\overline{Z^n} = (\overline{Z})^n$ عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

I. نعتبر في C المعادلة: $Z^4 = -4 \dots (E)$

1. بين أنه إذا كان العدد المركب Z حل للمعادلة (E) فإن كل من $-Z$ و \overline{Z} حل كذلك للمعادلة (E) .

2. أ) نضع i ، $Z_0 = 1+i$ ، أكتب على الشكل الأسوي وبين أنه حل للمعادلة (E) .

ب) استنتاج الحلول الثلاثة الأخرى للمعادلة (E) .

II. في المستوى المركب نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها: $Z_A = 1+i$ ، $Z_B = -1+i$ ، $Z_C = -1-i$ ، $Z_D = 1-i$

نضع: $F = R(D) \text{ و } E = R(B)$. عين الكتابة المركبة للدوران R .

1. عين الكتابة المركبة للدوران R .
2. عين Z_F ، Z_E لاحقى النقطتين E ، F على الترتيب.

3. بين أن $\frac{Z_A - Z_E}{Z_A - Z_F}$ عدد حقيقي، ماذا تستنتج بالنسبة للنقاط A ، E ، F ، Z_A ، Z_F ؟

التمرين الثالث: (4.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1; -1; 2)$ و $B(3; 0; 4)$ و $C(3; 3; -2)$ ، و الشعاع: $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\text{والمستقيم } (D) \text{ هو: } \begin{cases} x = -2\lambda - 1 \\ y = 2\lambda - 2 \\ z = -8\lambda \end{cases}$$

(1) احسب: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) عين احداثيات النقطتين: G, I حيث G مرجح الجملة $\{(A, 3); (B, -2); (C, 1)\}$ و I منتصف $[AC]$. ما طبيعة الرباعي $ABIG$ ؟

(3) أ) عين (S) مجموعة النقاط M من الفضاء: $3MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 18$.

ب) عين (P) مجموعة النقاط M من الفضاء: $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{V} = -18$.

ج) عين العناصر المميزة للمجموعة: $(S) \cap (P)$.

د) بين أن: (P) و (ABC) يتقاطعان وفق المستقيم (D) .

التمرين الرابع: (6.5 نقطة)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) احسب (0) و استنتاج انه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g(x) \geq 0$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المعلم $M(o; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} فإن: $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^{-x}}}$. ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. فسر النتائج هندسيا.

(2) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

(3) أكتب معادلة المماس للمنحني عند النقطة O .

(4) تحقق من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ثم استنتاج الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) المستقيم.

(5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(o; \vec{i}, \vec{j})$ نأخذ: $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$.

(III) نعتبر المتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي: $U_0 = 1$ و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $U_{n+1} = f(U_n)$.

(1) بين بالتراجع أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 1$.

(2) بين أن المتالية (U_n) متناقصة (يمكنك استعمال نتيجة السؤال (II)).

(3) استنتاج أن (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

انتهى.

الصفحة 4 من 4

أساتذة المادة يتمنون لكم التوفيق