الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبية — **دورة ماي 2016**
شعبة العلوم التجريبية

اختبار مادة الرياضيات — **المدة : 3 ساعات ونصف**

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليّين

الموضوع الأول

التمرين الاول (07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0\,;\ +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + ln(x)$

1. احسب $g'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g.
2. احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $I =]0\,;\ +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{lnx}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد غير متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $||\vec{i}|| = 2||\vec{j}|| = 2Cm.$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$; $\lim\limits_{x\to0+} f(x)$ ثم أعط التفسير الهندسي للنتيجتين .
2. بين أنه من أجل كل x من I: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.
3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. بين ان النقطة A(1 ;1) هي نقطة تقاطع المستقيم $(D)\ y = x$ و المنحنى (Cf).
5. ادرس وضعية (Cf) بالنسبة الى (D).
6. اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
7. أنشئ البيان (Cf) و المستقيم (Δ) .
8. عين عبارة الدوال الاصلية للدالة $h : x \to \frac{lnx}{x}$ على المجال $I =]0\,;\ +\infty[$
9. احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $(D)\ y = x$ ، $(d2): x = 1$ و $(d1): x = 2$

التمرين الثاني (03.5نقاط)

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها إلى الكيس ثم نسحب كرة أخرى و نسجل رقمها. ليكن X المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين .

1. ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب هاتين الكرتين بهذه الكيفية →.
2. ما هو احتمال ان يكون رقمي هاتين الكرتين زوجي.
3. عين قيم المتغير العشوائي X .
4. عين حوادث المغير العشوائي X .
5. عرّف قانون احتمال لهذا المتغير العشوائي X .
6. احسب E(x) الآمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال.

+	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

جدول مساعد

التمرين الثالث(05 نقاط)

نعتبر كثير الحدود للمتغيّر المركب z المعرّف بـ$P(z) = (z^2+3)(z^2-6z+21)$

1. حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية : $P(z) = 0$.
2. المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

أ . مثّل النقط A ، B ، C و D ذات اللواحق على الترتيب$z_A = i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = \overline{z_A}$ ؛ $z_C = 3+2i\sqrt{3}$ و $z_D = \overline{z_C}$

ب . أثبت أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة.

3. لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ O .

i. بيّن أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثمّ عيّن طبيعة المثلث BEC.

ii. استنتج طبيعة التحويل النقطي T الذي يحول النقطة E الى النقطة C و النقطة B صامدة بالنسبة له .

iii. تأكد من ان التحويل S تشابه مباشر حيث $S = Toh$ علما بأن h هو تحويل تحاكي نسبتة 2 و مركزه مبدأ المعلم .

iv. احسب مساحة المثلث $B'E'C'$ صورة المثلث BEC بواسطة S .

التمرين الرابع (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن (1 - ; 4 - ; 9 -) A و (P_1) ، (P_2) المستويين الذين معادلة ديكارتية لكل منهما هي :

$(P_1): x - 2y + 4z = 9$ ، $(P_2): -2x + y + z = 6$

1. عين وضعية المستوي (P_1) بالنسبة الى المستوي (P_2) .
2. نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

بين أن تمثيلا ن الوسيطيان: $t \in R$ ، $\begin{cases} x = 1+6t \\ y = 4+9t \\ z = 4+3t \end{cases}$ و $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -8+3t \\ z = t \end{cases}$ $t \in R$ هما تمثيلان للمستقيم (D).

3. لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D).

أ) تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (P_1) و لا تنتمي إلى المستوي (P_2) .

ب) بين أن : $AM^2 = 7(2t^2 - 2t + 3)$.

ج) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة f .
- عين احداثيات النقطة M تكون من اجلها المسافة AM أصغرية .

ولتكن I هذه النقطة في حالة وجودها .

4. (Q) المستوي الذي يشمل A و العمودي على المستقيم (D)

أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب) برهن أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبية
شعبة العلوم التجريبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح
دورة ماي 2016

اختبار مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليّين

الموضوع الثاني

التمرين الاول (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=-6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2n-1$

أ) 1) أحسب : u_1 ، u_2 و u_3 .

2) برهن أنه من أجل كل $n\geq 3$ ، $u_n>0$

- استنتج أنه من أجل كل $n\geq 4$ ، $u_n>2n-3$

3) ما هي نهاية (u_n) ؟

ب) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=u_n-4n+10$.

1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{2-n}+4n-10$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$.

التمرين الثاني (05نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب .

أ – علم النقط A ، B ، C و D .

ب – اكتب العدد $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ - تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D.

أ – اثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .

ب – تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C.

4) لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1، -1، 2 على الترتيب.

أ – عين احداثيي النقطة G.

ب – بين ان (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$ هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1 .

التمرين الثالث(06.5نقاط)

عتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O\ ;\ \vec{i};\vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$.

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)=0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ،
ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\dfrac{1}{2}<\alpha<0$.

7) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=\dfrac{3}{2}x+m$

9) أ - بين أن الدالة $F_a : x\to(x+a)\ln(x+a)-x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x\to\ln(x+a)$
على المجال $]-a;+\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y=x+1$ ، $x=0$ ، $x=1$.

التمرين الرابع (04.5نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$

و المستوي (p) الذي معادلته $3x-2y+z+3=0$.

1) أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2) أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب) بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t-1 \\ y=4t \quad ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=5t \end{cases}$

جـ) أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستوي (ABC) ،

ثم بين أن المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\dfrac{106}{3}}$.

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2+2x-12y+4z+3=0$

أ) بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها.

ب) ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) و المستقيم (Δ)