الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطـــنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

شعبة : الرياضيات **دورة : مـــــــــاي 2014**

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة 4 ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار موضوع من الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\ ;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.

لتكن A ; B نقطتين لاحقتاهما $z_A = i$, $z_B = 1 + 2i$ على الترتيب .

1 - برر وجود تشابه مباشر S وحيد حيث : $S(O) = A$; $S(A) = B$.

2 - بين أن العبارة المركبة للتشابه S هي $z' = (1 - i)z + i$ و عين عناصره المميزة . (Ω مركز هذا التشابه)

3 - نعتبر متتالية النقط (A_n) حيث A_0 مبدأ المعلم O و من أجل كل عدد طبيعي n : $A_{n+1} = S(A_n)$

و لتكن z_n لاحقة النقطة A_n .

أ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $z_n = 1 - (1 - i)^n$.

ب -حدد بدلالة العدد الطبيعي n لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{\Omega A_n}$ و $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$ ثم قارن بين طويلتيهما .

-أحسب قيس الزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{\Omega A_n}\ ;\ \overrightarrow{A_n A_{n+1}}\right)$.

ج- أستنتج كيفية إنشاء النقطة A_{n+1} بمعرفة النقطة A_n . أنشئ النقطتين A_3 و A_4 .

4 - ما هي نقط المتتالية (A_n) التي تنتمي الى المستقيم (ΩB) ؟

التمرين الثاني : (5 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O\ ;\ \overrightarrow{i};\ \overrightarrow{j};\ \overrightarrow{k}\right)$،

(P) المستوي المار بالنقطة $B(1;\ 3\ ;0)$ و $\overrightarrow{n}(1; 2\ ; 0)$ ، شعاع ناظمي له

(Q) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي : $\alpha \in \mathbb{R}\ ;\ t \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\alpha + \frac{5}{2}t \\ y = \alpha + 1 \\ z = t \end{cases}$

1 - اكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P) و (Q) .

2 - بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان .

3 - ليكن (Δ) المستقيم المار بالنقطة $C(1\ ; 3\ ; 0)$ و $\overrightarrow{u}(2\ ; -1\ ; 1)$ شعاع توجيه له .

أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

ب/ برهن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) .

4 - لتكن النقطة $A(5\,;2\,;-1)$ من الفضاء .

أ/ احسب المسافة بين النقطة A وكلا من المستويين (P) و (Q) .

ب/ استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كمايلي $g(x) = x^2 - 2\ln x$

أ) ادرس اتجاه تغيرات g.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{x^2+2+2\ln x}{2x}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O,I,J) . وحدة الطول $2cm$

أ) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

ب) بين ان للمنحنى البياني (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = \frac{1}{2}x$

ج) ادرس وضعية المنحنى (C) و المستقيم المقارب (Δ)

3) – أ) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

ب) اثبت آن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$. تحقق ان α يحقق

$0.34 < \alpha < 0.35$

ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0.+\infty[$

4) - أ) ا ثبت أن للمنحنى (C) مماسا يمر من المبدء $O(0.0)$. يطلب تعيين معادلته

-ب) بين آن للمنحنى البياني (C) مماس (D) يوازي المستقيم المقارب (Δ) . عين معادلته

ج) أنشئ (Δ) و (D) و (C)

د) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $mx - 1 - \ln x = 0$

التمرين الرابع : (3 نقاط)

1- أدرس حسب قيم n بواقي قسمة 3^n على 5.

2- u_0 و r عددان طبيعيان غير معدومان . (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .

عين u_0 و r علما أن u_0 و r أوليان فيما بينهما و $u_0{}^2 = u_{10} - u_1$.

3- نضع $S_n = u_0+u_1+u_2+\cdots\ldots\ldots+u_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots\ldots \times u_n$

أ) أحسب S_n و P_n بدلالة n .

ب) عين العدد q بحيث $2P_q = (2014)!$ ثم تحقق أن : $3^q \equiv 2[5]$.

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث $2S_n + 3 \equiv 3^q\,[5]$ (علما أن n عاملي تعني $n! = 1 \times 2 \times \ldots\ldots \times n$)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ حيث وحدة الطول $1cm$.

1 - لتكن النقطتان $C\,;\,D$ لاحقتاهما $c=3\ ;\ d=1-3i$ على الترتيب S_1 التشابه الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' نظيرتها بالنسبة الى محور الفواصل .

أ - علم النقط $C\,;\,D$ ثم $C_1\,;\,D_1$ صورتاهما على الترتيب بالتشابه S_1 .

ب -أكتب العبارة المركبة لتحويل S_1.

2 - ليكن S_2 التشابه المباشر المعرف كما يلي $S_2(\mathrm{D}_1)=\mathrm{D}'\ ;\ S_2(\mathrm{C}_1)=\mathrm{C}'$ حيث لاحقتي C' و D' هما $c'=1+4i\ ;\ d'=-2+2i$ على الترتيب .

- بين أن عبارة S_2 هي $z'=iz+1+i$ ثم استنتج عناصره المميزة .

3 - S التشابه المعرف بـ $S=S_2\,o\,\mathrm{S}_1$ أعط العبارة المركبة لــ S .

4 - أ) ما هي صورة كل من النقطتين $C\,;\,D$ بالتشابه S .

ب) لتكن H النقطة ذات اللاحقة h حيث $h-c=e^{\frac{\pi}{3}i}(d-c)$

بين أن المثلث CDH متقايس الأضلاع .

ج- H' صورة H بالتشابه S عين طبيعة المثلث $C'\mathrm{D}'\mathrm{H}'$ ثم أنشئ H' (دون حساب h') .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\,\overrightarrow{i};\,\overrightarrow{j};\,\overrightarrow{k}\right)$ النقط $A(1;0\,;2)\,;B(1\,;1\,;4)\,;\mathrm{C}(-1;1\,;1)$.

1 - أ) أثبت أن النقط $A\,;B\,;\mathrm{C}$ ليست في إستقامية .

ب) أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{n}(3;4\,;-2)$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\ ,\ \overrightarrow{AC}$.

ج) أستنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2- ليكن $(P_1)\,,(\mathrm{P}_2)$ المستويين المعرفين بالمعادلتين $2x+y+2z+1=0$ و $x-2y+6z=0$

أ) بين أن المستويين $(P_1)\,,(\mathrm{P}_2)$ متقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

ب) هل المستقيم (D) و المستوي (ABC) متقاطعان أو متوازيان .

3 - ليكن t عدد حقيقي موجب كيفي . نعتبر G_{t} مرجح النقط $A\,;B\,;\mathrm{C}$ المرفقة بالمعاملات $1\ ;\ 2\ ;\ t$ على الترتيب

أ) برر وجود النقطةG_{t} من أجل كل عدد حقيقي موجب t .

ب) I مرجح النقطتين $A\,;B$ المرفقين بالمعاملين $1\ ;\ 2$ على الترتيب . حدد إحداثيات I .

ج) عبر عن الشعاع $\overrightarrow{IG_t}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{IC}$.

4- أ) بين أن مجموعة النقط G_{t} لما يمسح t المجال $]0\,;\,+\infty[$ هي القطعة المستقيمة $[IC]$.

ب) ما هي قيمة t التي يكون من أجلها G_{t} هو منتصف القطعة المستقيمة $[IC]$.

التمرين الثالث : (6,5 نقاط)

I- نعتبر الدالة $g(x)$ المعرفة R على بالعلاقة $g(x) = (x+3)e^x - 1$

1) احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$

2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $[-0,80; -0,79]$. ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = -x + (x+2)e^x$

نسمي (C) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, I, J).(الوحدة 2cm)

1) احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2) استنتج آن للمنحنى (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$ بجوار $-\infty$

3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)

4) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6) بين أن للمنحنى (C) مماسا (D) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته

7) أنشئ (T) ، (Δ) و (C) . (نأخذ $\alpha = -0.8$ و $f(\alpha) = 1.35$)

III- 1) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع (C) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y + x + m = 0$

2) بين ان الدالة f تقبل دالة اصلية F على $\mathbb{R}$ ثم عين اتجاه تغيرات الدالة F .(لا يطلب حساب F)

3) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = g(x) + 1 - x - e^x$. ثم استنتج دالة أصلية F لدالة f على $\mathbb{R}$

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1-أ) عين مجموعة الثنائيات $(x ; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: (E): $8x - 5y = 3$

ب) ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p \; ; \; q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق:

$m = 5q + 4$ و $m = 8p + 1$ ، بين أن الثنائية $(p \; ; \; q)$ هي حل للمعادلة (E) ثم استنتج أن: $m \equiv 9[40]$

ج) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2/ ليكن k عددا طبيعيا.

أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k} \equiv 1[7]$.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $1997^{2014^{1435}}$ على 7 ؟

3/ ليكن a و b عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a \neq 0$ ، ونعتبر العدد N حيث:

$N = a \times 10^3 + b$. علما أنه في النظام العشري العدد N يكتب $N = \overline{a00b}$.

نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7 .

أ) تحقق من أن: $10^3 \equiv -1[7]$.

ب) استنتج كل الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 محدد علاقة التي يحققها a , b .