

التصحيح النموذجي

التمرين الأول:

- (1) شجرة الاحتمال
 (2) احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون

$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{144}{720}$$

- (3) احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{576}{720}$$

- (4) احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 ارقام مجموعها يساوي 15

$$P(B) = \frac{12+6+12+24}{720} = \frac{54}{720}$$

احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوي 15 علما انها من نفس اللون: أي ان $A \cap B = \{(8;1;6)\}$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{12}{144} \text{ و منه } P(A \cap B) = \frac{12}{720} \text{ اذن :}$$

التمرين الثاني:

- (1) حل في IC المعادلة ذات المجهول Z حيث: $(Z^2 + 3)(Z^2 - 6Z + 21) = 0$

$$Z_1 = \sqrt{3}i; Z_2 = -\sqrt{3}i; Z_3 = 3 - 2\sqrt{3}i; Z_4 = 3 + 2\sqrt{3}i$$

- (2) المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) لتكن النقط D, C, B, A ذات اللواحق على الترتيب

$$Z_D = \bar{Z}_C, Z_C = 3 + 2\sqrt{3}i, Z_B = -\sqrt{3}i, Z_A = \sqrt{3}i$$

اثبت ان D, C, B, A تنتمي الى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega = 3$ أي ان

$$2\sqrt{3} \text{ هو } \Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = 2\sqrt{3}$$

- (3) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة الى O .

$$\text{أ) اثبات ان : } \frac{Z_C - Z_B}{Z_E - Z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}} \text{ لدينا } \frac{Z_C - Z_B}{Z_E - Z_B} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ و منه نجد : } \theta = -\frac{\pi}{3}; r = 1$$

$$\frac{Z_C - Z_B}{Z_E - Z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

اذن الشكل الاسي هو المطلوب

و طبيعة المثلث BEC متقايس الاضلاع .

ب) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $Z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}, \theta \in IR$ هي:

حيث $Z = Z_\Omega + ke^{i\theta}$ $Z_\Omega = 3; k = 2\sqrt{3} \in IR_+^*$ و منه مجموعة النقط A هي نصف المستقيم باستثناء النقطة ذات

اللاحقة Z_Ω

- (4) ليكن h التحاكي الذي مركزه R ذو اللاحقة $Z_R = -3$ و نسبته 2.

(ا) العبارة المركبة للتحاكي h هي : $Z' = 2Z + 3$

(ب) مساحة صورة الدائرة (C) بالتحاكي h : $S = \pi r^2 = \pi 6^2 = 36\pi$

التمرين الثالث:

(1) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة ب : $U_0 = 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{4U_n}{1+U_n}$

(ا) حساب U_1 و U_2 : $U_1 = 2; U_2 = \frac{8}{3}$

(ب) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < 3$

(2) نعتبر المتتالية المعرفة على IN ب : $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n}$

(ا) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

(ب) كتابة بدلالة n عبارة V_n ثم U_n : $V_n = V_0 q^{n+1} = -2 \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ و $U_n = \frac{3}{1-V_n} = \frac{3}{1+2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}$

(ج) حساب نهاية المتتالية (U_n) : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{1+2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}} = 3$

(3) نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة على IN ب : $W_n = \frac{3}{U_n}$ نضع : $S_n = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_n$

(ا) من اجل كل عدد طبيعي n : $W_n = 1 - V_n$

(ب) من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = n + 1 + \frac{8}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \right]$

(ج) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = 1$

التمرين الرابع:

الجزء الاول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln(x) + \frac{x-2}{x}$

(1) حساب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$

(2) ادرس تغيرات الدالة g : حساب المشتقة: $g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ و منه $g'(x) > 0$ اذن الدالة g متزايدة تماما جدول تغيراتها .

(3) إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.4 < \alpha < 1.5$: $g(1.5) \cdot g(1.4) < 0$

إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$: سالبة على المجال $]0; \alpha[$ و موجبة على المجال $[\alpha; +\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = 1 + (x - 2) \ln(x)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

(1) حساب نهاية الدالة عند 0 و عند $+\infty$: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ تفسير النتيجة هندسيا : يوجد مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب معادلته هي $x = 0$ (محور الفواصل).

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة f : حساب المشتقة: $f'(x) = \ln(x) + \frac{x-2}{x} = g(x)$ ومنه إشارة المشتقة من إشارة الدالة g اذن جدول تغيراتها .

(3) بين ان : $f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ لدينا $g(\alpha) = 0$ اذن $\ln(\alpha) = -\frac{(\alpha-2)}{\alpha}$ ثم نعوض فنجد المطلوب

$$f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$$

قيمة مقربة ل $f(\alpha)$ من اجل $\alpha \approx 1.45$ هي: $f(1.45) = 0.79$

(4) (T_{x_0}) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0

(ا) المعادلة الديكارية للمماس (T_{x_0}) : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

(ب) عين x_0 اذا علمت أن المماس (T_{x_0}) يمر بالنقطة $(2; 0)$.

(ج) استنتج أن (C_f) يقبل مماسين يمران بالنقطة A ثم اكتب معادلة كل منهما .

(5) ارسم كلا من المماسين و المنحنى (C_f) .

الجزء الثالث: نعتبر المستقيم (d_m) الذي معادلته $y = mx - 2m$ حيث m وسيط حقيقي .

(3) تحقق ان (d_m) يمر بالنقطة A : $y = m(2) - 2m = 0$

(4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx - 2m$