التمرين الاول :(04 نقاط)

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0$ و من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1. أ) احسب u_1 ، u_2 و u_3

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = 2^n - 1$

2. (v_n) و (w_n) المتتاليتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + 3$ و $w_n = 2^n$

أ) بين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q

ب) احسب بدلالة n ، S_n و S'_n و S''_n

حيث : $S_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$ ، $S'_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $S''_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

II. نعتبر في هذا الجزء انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان جميع حدود المتتاليتين (u_n) و (v_n) من $\mathbb{N}$

1. عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للحدين u_n و v_n

2. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 3

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $v_n \equiv 0 [3]$

ج) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تجعل الحدين u_n و v_n أوليين فيما بينهما

3. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $S''_n \equiv S'_n [3]$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يعرض متجر تخفيضات هامة أثناء بيع جزء من مدخراته لقطع الغيار التي تشتمل ثلاثة أنواع من السلع x ، y ، z، تمثل السلعة x ربع المدخرات بينما تمثل y ثلثها و تمثل z الباقي ، 40% من السلعة x و 75% من السلعة y و 24% من السلعة z كلها مخفضة الثمن . أخذ زبون قطعة عشوائيا.

لتكن الاحداث التالية:

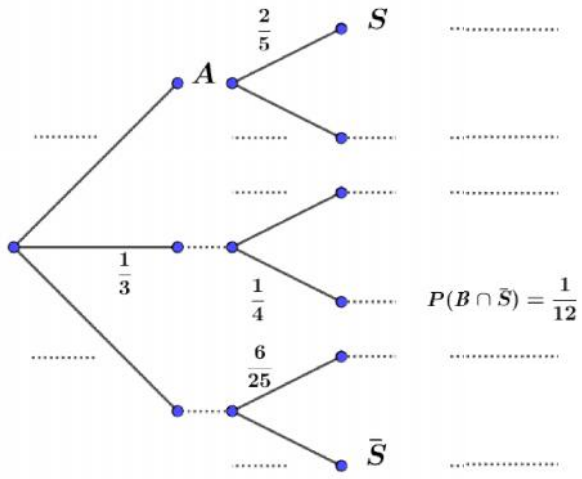
A : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة x "

B : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة y "

C : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة z "

S : " الحادثة القطعة التي أخذها الزبون مخفضة الثمن"

$\overline{S}$: " الحادثة القطعة التي أخذها الزبون غير مخفضة الثمن"



1. انقل الشجرة المقابلة على ورقة الإجابة , ثم أكملها .

2. احسب $P(S)$ احتمال أن تحقق الحادثة S

3. احسب $P(\overline{S})$ احتمال أن تحقق الحادثة $\overline{S}$

التمرين الثالث :(05 نقاط)

I. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z + 2 - 3i)(z^2 - 2z + 10) = 0$

II. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C التي لاحقاتها z_A ، z_B ، z_C على الترتيب ، حيث: $z_A = -2+3i$ ، $z_B = 1-3i$ ، $z_C = \overline{z_B}$.

1. أ) اكتب على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الاسي العدد المركب $\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$

ب) اوجد طبيعة التحويل النقطي T الذي يحول النقطة A الى النقطة B مع تحديد عناصره المميزة.

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC

د) بين ان النقاط A ، B ، C تقع على دائرة (Γ) ، يطلب تحديد مركزها Ω ونصف قطرها r

2. (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة $z = x+iy$ التي تحقق $\left|\dfrac{z-z_A}{z-\overline{z_C}}\right| = 1$

أ) عين ثم انشئ المجموعة (Γ).

ب) عين ثم انشئ صورة المجموعة (Γ) بالتحويل النقطي T .

3. أ) عين z_D لاحقة النقطة D ، بحيث تكون النقطة C مرجح للجملة $\{(A;1),(B;1),(D;-1)\}$

ب) بين ان النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة الى النقطة Ω .

ج) عين بدقة طبيعة الرباعي $ADCB$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{2} - \ln\left|\dfrac{x-1}{x}\right|$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $\left\|\vec{i}\right\| = 1cm$

I.

1. احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها.

2. أ)اثبت أن المستقيم $(\mathcal{D})$ ذو المعادلة $y = \dfrac{x}{2}$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و $(\mathcal{D})$.

3. أ) بين انه من اجل كل x من المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{x^2-x-2}{2x(x-1)}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4. أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

II.

1. $\sim$ عدد حقيقي ، بين ان الدالة $x \mapsto (x-\sim)\ln(x-\sim)-x$ دالة اصلية للدالة $\ln(x-\sim)$ على المجال $]0;+\infty[$

2. a عدد حقيقي حيث $a \in]2;+\infty[$ ، احسب بـ cm^2 المساحة $\mathcal{A}(a)$ للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ، $(\mathcal{D})$ و المستقيمين ذي المعادلتين $x = 2$ ، $x = a$

3. احسب $\lim\limits_{a \to +\infty} \mathcal{A}(a)$

بالتـــوفيـــق