

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبي دورة 2017

المدة : 3 ساعات

الشعبة : علوم تجريبية

إختبار مادة : الرياضيات

العلامة	الموضوع الأول	عناصر الإجابة	جزأ
			مجزأ
5 ن	التمرين الأول: (5 ن)		
0.25	(أ) $p(\alpha i) = 0$ معناه $\alpha = 3$, إذن $z = 3i$		
0.5	(ب) $p(z) = (z - 3i)(z^2 - 4z + 13)$		
0.75	(ج) حل المعادلة : $\Delta = -36 = (6i)^2$; $z_0 = 3i$; $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = 2 + 3i$		
0.5	(أ) (2) العبارة المركبة للتشابه s : $(z' + 3i) = 3i(z + 3i)$ أو $z' = 3iz - 3i - 9$...		
0.5	(ب) $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = 3i$ ومنه $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}$ إذن ABC قائم في B		
0.25	مساحته : $6 ua$		
0.5	(ج) المثلث ABE صورة المثلث ABC ومنه $S_{ABE} = 6 \times 3^2 = 54 ua$		
0.5	(أ) (3) $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B} = \frac{3}{2}$ ومنه f هو تحاك نسبته $\frac{3}{2}$ ومركزه B		
0.5	(ب) f هو تشابه مباشر مركزه B ونسبته $\frac{9}{2} = 3 \times \frac{3}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$		
0.25	(أ) (4) $ z_B - z_A = -6i = 6$ ومنه B تنتمي إلى (γ)		
0.5	(ب) (γ) هي دائرة مركزها A ونصف قطرها 6		
4 ن	التمرين الثاني: (4 ن)		
1	(1) صحيح: إحدائيات C تحقق الجملة من أجل $t = -3$; $\alpha = 1$		
	إحدائيات B تحقق الجملة من أجل $t = -2$; $\alpha = 0$		
	إحدائيات D تحقق الجملة من أجل $t = -3$; $\alpha = 0$		
0.5	(2) صحيح : إحدائيات C و B تحقق معادلة المستوي (p)		
0.5	(3) خطأ : $d(A; p) = \frac{6}{\sqrt{5}} > \frac{6}{5}$		
1	(4) صحيح : $\overrightarrow{BC} \cdot \vec{n} = 0$; $\vec{n}(0; 2; 1)$; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$		
1	(5) خطأ : $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} \neq 0$; $\overrightarrow{AC}(3; -2; -2)$; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$		

التمرين الثالث: (4 ن)

0.75 (1) أ) $U_0 > 0$ محققة; نفرض $U_n > 0$ ولدينا $e^{-U_n} > 0$ ومنه $U_n e^{-U_n} > 0$ إذن $U_{n+1} > 0$..

0.5 ب) $U_{n+1} - U_n = U_n(e^{-U_n} - 1)$ و $e^{-U_n} < 1$ ومنه (U_n) متناقصة

0.25 ج) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة

0.75 نضع $\lim U_n = l$ ومنه $l = l e^{-l}$ إذن $l = 0$

0.5 (2) أ) $W_n - W_{n+1} = l \ln U_n e^{-U_n} = \ln \frac{U_n}{U_n e^{-U_n}} = U_n$

0.5 ب) $S_n = (W_0 - W_1) + (W_1 - W_2) + \dots + (W_n - W_{n+1}) = W_0 - W_{n+1}$

0.75 $\lim S_n = +\infty$ ومنه $\lim W_n = \lim \ln U_n = -\infty$

التمرين الرابع: (7 ن)

0.5 1. أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

0.75 ب) $g'(x) = 2e^{2x}(-2 - 2x)$

إشارة $g'(x)$: $-\infty$ + -1 - $+\infty$

ومتزايدة تماما على $]-\infty; -1]$

ومتناقصة تماما على $[-1; +\infty[$. جدول التغيرات $g(-1) = 1 + e^{-2}$

0.5 2) $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$: $-\infty$ + 0 - $+\infty$

0.5 1. II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + 3 - \frac{1}{2}(2xe^{2x}) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 + \frac{3}{x} - e^{2x}) = -\infty$

0.25 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{2}(2xe^{2x}) = 0$

$y = x + 3$ م م م عند $-\infty$

0.5 3) $f'(x) = 1 - (e^{2x} + 2xe^{2x}) = g(x)$

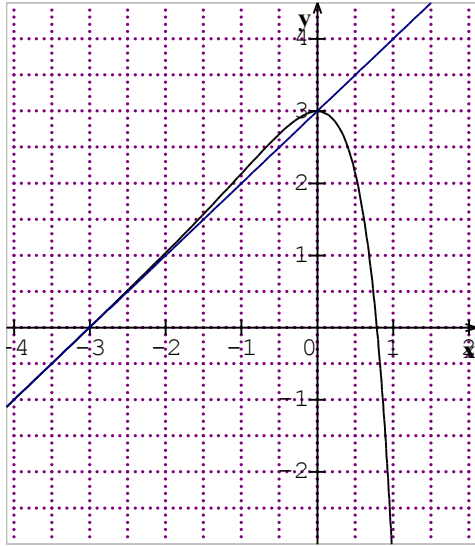
0.5 f متزايدة على $]-\infty; 0]$ ومتناقصة على $[0; +\infty[$ ' جدول التغيرات و $f(0) = 3$

0.5 4) f مستمرة ورتبية على كل من المجالين $[-3.5; -3]$ و $[0.5; 1]$ و

$f(0.5) = 2.14$ و $f(-3) = 0.007$ و $f(-3.5) = -0.49$

و $f(1) = -3.3$ حيث $f(0.5) \times f(1) < 0$ و $f(-3.5) \times f(-3) < 0$

0.75



0.5

0.5

(5) الرسم

(6) أ) دالة أصلية للدالة f : $F(x) = \int_0^x \left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4} \right) e^{2t} dt$

..... $F(x) = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{1}{4}$

..... (ب) مساحة الحيز: $\frac{1}{4}(e^2 + 1) ua$

0.25

..... III. أ) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 3 - \frac{1}{x} e^{\frac{2}{x}} = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x} = h(x)$

1

..... (ب) $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$

h متناقصة على $]-\infty; 0[$ و متزايدة على $]0; +\infty[$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 3; \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$

جدول التغيرات للدالة h

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-		+
$h(x)$	3	$-\infty$	3

	العلامة	عناصر الإجابة	الموضوع الثاني
	مجزاً		
5ن			التمرين الأول (5 ن)
	0.5	(1) أ) $a = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$
	0.5	ب) $a \in \mathbb{R}$ ومنه $a^{3n} = 64^n$
	0.75	ج) $z^2 = a$ يعني $z = 1 + i\sqrt{3}$ أو $z = -1 - i\sqrt{3}$
	0.5	(2) أ) لدينا $ z_A = z_B = z_C = 2$ ومنه $OA = OB = OC = 2$
	0.75	ب) الإنشاء: B و C تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 2
	0.5	ج) $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{2\pi}{3}$ و $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right = 1$
	0.25	د) الرباعي $OACB$ معين ومنه $\frac{AC}{AB} = 1$
	0.25	(3) أ) التحويل النقطي S هو تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ومركزه ذو اللاحقة $-2i$...
	0.25	ب) $z_I = -1$ ومنه $z_{I'} = -3 - i$
			التمرين الثاني: (4 ن)
4ن			
	1	(1) $(AB): \begin{cases} x = 8 + 2k \\ y = 3k \\ z = 8 + 2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$
	0.75	(2) لدينا $\vec{AB}(2; 3; 2)$ و $\vec{u}_D(3; 2; -2)$ ومنه $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ ولا توجد ثنائية $(t; k)$ تحقق الجملة .
			$\begin{cases} -5 + 3t = 8 + 2k \\ 1 + 2t = 3k \\ -2t = 8 + 2k \end{cases}$
	0.5	(3) أ) $\vec{n}(2; -2; 1)$ ناظمي للمستوي (p) لأن $\vec{n} \cdot \vec{u}_D = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$
	0.75	ب) $(p): 2x - 2y + z - 24 = 0$

0.5 $d(M;p) = 12$ (ج)

0.5 $(p) \cap (xoy): \begin{cases} x = k' \\ y = k' - 12 \\ z = 0 \end{cases} \quad (k' \in IR)$ (4)

التمرين الثالث: (4 ن)

ن4

0.5 (1) أ) التمثيل البياني للمستقيمين

0.5 (ب) تمثيل الحدود $U_3; U_2; U_1; U_0$

0.25 (ج) التخمين : المتتالية (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو 4

0.5 (2) أ) $4 < U_0 \leq 8$ محققة ; نفرض $4 < U_n \leq 8$ ومنه $4 < \frac{1}{4}U_n + 3 \leq 5$ ومنه $4 < U_{n+1} \leq 8$

0.5 (ب) $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{4}U_n + 3 - U_n = -\frac{3}{4}U_n + 3$ وبمأن $4 < U_n \leq 8$ فإن : ...
 $U_{n+1} - U_n < 0$ ومنه (U_n) متناقصة

0.25 (ج) بمأن (U_n) متناقصة على IN ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فهي متقاربة

0.5 (3) أ) (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول 4

0.25 (ب) $U_n = (\frac{1}{4})^{n-1} + 4$

0.25 لأن $-1 < \frac{1}{4} < 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4$

0.5 (ج) $S_n = \frac{1}{12}(4^{n+1} - 1)$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

التمرين الرابع: (7 ن)

ن7

0.5 (1) أ) $f(x) + f(-x) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 2$

0.25 النقطة $(0,1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

0.5 (ب) $\lim_{x \rightarrow 1^>} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

..... (ج) $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \ln(x-1) - \ln(x+1)$ ومنه $x-1 > 0$ و $x+1 > 0$

0.5 إذن $f(x) = \ln(x - 1) - \ln(x + 1) + x + 1$

..... $f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

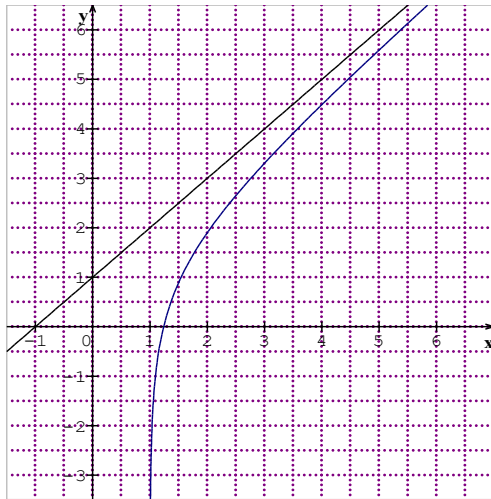
1 f متزايدة على المجال $]1; +\infty[$
جدول التغيرات

0.25 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$ (أ) (2)
 $y = x + 1$ بمعادلة مستقيم مقارب لمنحني الدالة f بجوار $+\infty$

0.5 لدينا $\frac{x-1}{x+1} < 1$ ومنه $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$ إذن (C_f) تحت (d)

0.5 (ب) لدينا f مستمرة و متزايدة تماما على $[1.2; 1.3]$ و $f(1.2) = -0.19$ و $f(1.3) = 0.26$ أي $f(1.2) \times f(1.3) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $]1.2; 1.3[$

0.25 (ج) $f(3) = 4 - \ln 2$; $f(2) = 3 - \ln 3$
الرسم :



0.5 المناقشة البيانية : $m \in]-\infty; 1[$ للمعادلة حل واحد موجب

..... $m \in [1; +\infty[$ ليس للمعادلة حل

3 (أ) الدالة الأصلية للدالة g هي $x \rightarrow \left[(t + \beta) \ln(t + \beta) - t \right]_2^x$

1 $x \rightarrow -x + (x + \beta) \ln(x + \beta) - (2 + \beta) \ln(2 + \beta) + 2$

..... الدالة الأصلية للدالة f هي $x \rightarrow (x - 1) \ln(x - 1) - (x + 1) \ln(x + 1) + \frac{1}{2}x^2 + x$

0.5 (ب) $\int_2^3 (y - f(x)) dx = [-(x - 1) \ln(x - 1) + (x + 1) \ln(x + 1)]_2^3 = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3)$

..... $S = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3) \times 4 \text{ cm}^2$

--	--	--