الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي — دورة : **ماي 2017**

الشعبة : **علوم تجريبية**

اختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة: 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الاول: (06 نقاط)

1) نعتبر كثير حدود ذات المجهول المركب z التالي : $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(13+12i)z-39i$

أ/ بين أن المعادلة $P(Z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا ، يطلب تعيينه

ب/ عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من كل عدد مركب z : $P(z)=(z-3i)(az^2+bz+c)$

ج/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $P(z)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. A, B, C و D أربع نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=2-3i$, $z_D=i$

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ويحول C إلى A

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ، ثم احسب مساحته .

ج) لتكن النقطة E صورة النقطة A بالتحويل S. استنتج مساحة المثلث ABE

3) أ) احسب العدد $\dfrac{z_A-z_B}{z_D-z_B}$ ، ثم استنتج أن A صورة D بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

ب) عين طبيعة التحويل $f\circ S$ وعناصره المميزة .

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z=z_A+6e^{\theta i}$ حيث $(\theta\in\mathbb{R})$

أ) تحقق أن B تنتمي إلى (Γ)

ب) عين المجموعة (Γ)

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى النقط :

$A(-1,1,3)$, $B(1,0,-1)$, $C(2,-1,1)$, $D(2,0,-1)$ و المستوي (P) ذي المعادلة : $2y+z+1=0$

المطلوب : أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

1) النقط C,B,D تعين مستويا حيث : $(\alpha,t)\in{}^2$ / $\begin{cases}x=-1-t\\ y=-\alpha\\ z=-1+2\alpha\end{cases}$ $\mathbb{R}$ تمثيل وسيطي له

2) المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

3) سطح الكرة (S) ذات المركز A ونصف القطر $R=\dfrac{6}{5}$ تمس المستوي (P).

4) المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ عمودي على المستوي (P).

5) النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (BCD).

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=u_n\cdot e^{-u_n}$

1) ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$

ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة , ثم احسب نهايتها

2) (w_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $w_n=\ln(u_n)$

ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n=w_n-w_{n+1}$

ب) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

بين أن $S_n=w_0-w_{n+1}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=1-e^{2x}-2x\,e^{2x}$

1) أ) عين نهايتي الدالة g

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+3-x\,e^{2x}$

نرمزبـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

2) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $-3,5<\alpha<-3$ و $0,5<\beta<1$

5) ارسم (Δ) و (C_f)

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة $x\to xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x=0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x=0$ و $x=1$

III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (05 نقاط)

1- نعتبر العدد المركب a حيث : $a=-2+2i\sqrt{3}$

ا) اكتب a على الشكل الآسي

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n العدد a^{3n} حقيقي

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2=a$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A;B$ و C ذات اللواحق على الترتيب

$z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-1+i\sqrt{3}$

ا) بين أن $A;B$ و C تنتمي إلى نفس الدائرة , التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ب) أنشئ بدقة النقط $A;B$ و C

ج) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين

د) ما طبيعة الرباعي $OCAB$ ؟

3- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z'=(1+i)z-2$$

ا) حدد طبيعة التحويل S و عناصره المميزة

ب) عين لاحقة I' صورة I مركز ثقل الرباعي $OCAB$ بالتحويل S

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقطتان $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=-5+3t \\ y=1+2t,,,(t\in\mathbb{R}) \\ z=-2t \end{cases}$$

1) أ/ عين تمثيل وسيطي للمستقيم (AB)

ب/ بين إن المستقيمان (D) و (AB) ليسا من نفس المستوي

2) ليكن (P) المستوي الموازي لـ (D) و يحوي (AB)

ا) بين أن $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

3) M نقطة كيفية من المستقيم (D). بين أن المسافة بين M و المستوي (P) مستقلة عن اختيار M

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويين (P) و (xoy)

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0=8$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$.

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x+3$ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

ب) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 . مع ابراز خطوط التمثيل

ج) ما تخمينك حول تقارب و اتجاه تغير المتتالية (u_n)؟

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4<u_n\leq 8$.

ب)بين أن المتتالية (u_n)متناقصة تماما.

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-4$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) اكتب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+...+\frac{1}{v_n}$. ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـــ : $f(x)=x+1+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1. أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$: $f(-x)+f(x)=2$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C)؟

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ج/ تحقق أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ فإن: $f(x)=x+1+\ln(x-1)-\ln(x+1)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f

على المجال $]1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ/ بين أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D)عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ب/ بين أن المنحنى (C) تحت المستقيم (D) على المجال $]1;+\infty[$

3. بين أن المنحني (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a من المجال $]1,2;1,3[$

4. أحسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

6. أ/ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة g حيث: $g(x)=\ln(x+\beta)$ على المجال $]-\beta;+\infty[$ حيث β عدد حقيقي معلوم التي تنعدم من أجل $x=2$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب/ أحسب بالسنتمترالمربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بين المنحني (C) والمستقيم (D)والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=2$ و $x=3$