

التصحيح المفصل للباكالوريا التجريبي الاول ثالثة علوم تجريبية

التنقيط	التعليق	الجواب	السؤال
0.75			(1) الجملة $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2k \\ z = 1 \end{cases}; k \in \mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) لان احداثيات B تحقق الجملة اي $k = 0$ واحداثيات C تحقق ايضا الجملة اي $k = 1$
01			(2) المستقيمان و متقاطعان لان شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3 + t = 1 + 2k \\ -4 - t = 2k \\ 1 = 1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} t = 0 \\ k = -2 \end{cases}$ و $M(-3; -4; 1) \in (\Delta) \cap (BC)$
0.75			(3) المستقيم BC محتوى في $(\)$ لان $1 = 1, C \in (P)$ و $1 = 1, B \in (P)$
0.75			(4) احداثيات النقطة D هي $(1; 2; 1)$ لانها تحقق معادلة (P) اي $1 = 1$
0.75			(5) (P) يقطع سطح الكرة $(\)$ لان $\omega(1; 2; 2)$ هي مركز (S) ونصف قطرها $R = 3$ و $d < R, d(\omega; (P)) = 1$

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط												
0.5	من اجل كل عدد طبيعي $n > 0$ $u_{n+1} - u_n = (e-1)e^{-n} - (e-1)e^{1-n}$ $(e-1)e^{-n}(1-e) = -(e-1)^2 e^{-n}$ نلاحظ: $u_{n+1} - u_n < 0$ وعليه المتتالية (u_n) متناقصة تماما (ب) استنتاج ان (u_n) متقاربة:	التمرين 02: (1) حساب u_0 ثم البرهان بالتراجع ان: $n > 0$ حساب 0: $0 = \int_0^1 e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_0^1 = e^2 - e$ نضع $P(n): n > 0$ المرحلة 01: من اجل $n = 0$ نجد $u_0 = e^2 - e$ ومنه $u_0 > 0$ وعليه $P(0)$ محققة المرحلة 02: من اجل عدد طبيعي n ، نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ لدينا: $u_{n+1} = \int_{n+1}^{n+2} e^{2-x} dx$ وبوضع $x = t + 1$ نجد $n+1 = \int_n^{n+1} e^{2-(t+1)} dt$ ومنه نجد $t = x - 1$ ومنه $n+1 = \int_n^{n+1} e^{2-t} \times e^{-1} dt$ وعليه نجد $n+1 = e^{-1} \int_n^{n+1} e^{2-t} dt$ وعليه $n+1 > 0$ ومنه نجد: $u_{n+1} = e^{-1} \int_n^{n+1} e^{2-t} dt$ $n > 0$ ، من اجل كل عدد طبيعي n ، محققة $P(n+1)$ حساب u_n بدلالة n : $n = \int_n^{n+1} e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_n^{n+1} = (e-1)e^{1-n}$ اثبات ان (u_n) متتالية هندسية: من اجل كل عدد طبيعي n : $n+1 = (e-1)e^{1-(n+1)} = \frac{1}{e} \times n$ اذن (u_n) متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{e}$ وحدها الاول $0 = e^2 - e$ (ا) تعيين اتجاه تغير المتتالية (u_n) :	0.25												
0.25	بما ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة														
0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (e-1)e^{1-n} = 0$ حساب S_n : (5)														
0.5	$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = e^2 \left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right)$														
0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^2 \left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right) = e^2$														
	التمرين 03: 1. ا) كتابة z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي واستنتاج الشكل الاسي لدينا $arg(z_B) = -\frac{\pi}{6}, z_A = \sqrt{2}, arg(z_A) = \frac{\pi}{4}$ $ z_B = 2$ $arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right) = arg(z_A) - arg(z_B) = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{12}$ $\left \frac{z_A}{z_B}\right = \frac{ z_A }{ z_B } = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $arg(z_B) = \frac{5\pi}{12}$														
0.75	<table border="1"> <thead> <tr> <th>الشكل الاسي</th> <th>الشكل المثلثي</th> <th>العدد المركب</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$</td> <td>$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$</td> <td>$z_A$</td> </tr> <tr> <td>$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$</td> <td>$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$</td> <td>$z_B$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$</td> <td>$\frac{z_A}{z_B}$</td> </tr> </tbody> </table>	الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	z_A	$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	z_B	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$		
الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب													
$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	z_A													
$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	z_B													
$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$													

(ب) كتابة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري:

$$\frac{z_A}{z_B} = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i} = \frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)} = \frac{\sqrt{3}-i}{4} + i \frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

استنتاج القيمة المضبوطة لكل من $\sin \frac{5\pi}{12}$ و $\cos \frac{5\pi}{12}$

لدينا مما سبق:

$$\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left(\frac{5\pi}{12} \right) + i \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{5\pi}{12}$$

$$\begin{cases} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

1. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n :

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}} \right)^n = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi n}{12}} \text{ تكافئ } \left(\frac{z_A}{z_B} \right)^n = \frac{1}{8} (1 - \sqrt{3}i)$$

$$n = 4: \text{ ومنه } \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n e^{i\frac{5\pi n}{12}} = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{z_A}{z_B} \right)^8 &= \left(\left(\frac{z_A}{z_B} \right)^4 \right)^2 = \left(\frac{1}{8} (1 - \sqrt{3}i) \right)^2 \\ &= \frac{1}{16} (-2 - 2\sqrt{3}i) = -\frac{1}{8} (1 + \sqrt{3}i) \end{aligned}$$

2. طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة:

التحويل النقطي S معادلته من الشكل $z' = az + b$

$$b = 0 \text{ و } a = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

بما ان وفان S عبارة عن تشابه مباشر

$$\text{نسبته: } k = |a| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ وزاويته: } \theta = \arg(a) = \frac{5\pi}{12}$$

النقطة O لان $b = 0$

3. (ا) تعيين المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوى والتي

$$\text{تحقق } z = z_C + 2e^{i\theta} \text{ لما } \theta \text{ تسبح } \mathbb{R}:$$

$$z - z_C = 2e^{i\theta} \text{ تكافئ } z = z_C + 2e^{i\theta}$$

$$|z - z_C| = 2 \text{ تكافئ}$$

تكافئ $CM = 2$ ومنه (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف

القطر 2

تعيين المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوى والتي تحقق

$$\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ يكافئ}$$

$$(\vec{u}; \vec{CM}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

يكافئ M تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه C والموجه بالشعاع

$$\vec{v} \text{ حيث: } (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$$

4. إيجاد صورة المجموعة (Γ_1) بالتحويل S :

لدينا (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف القطر 2، بما ان

التحويل S تشابه مباشر فانه يحافظ على طبيعة الاشكال وعليه

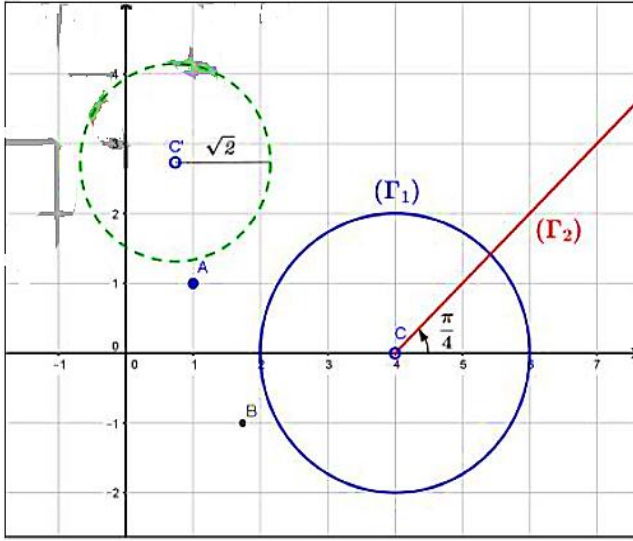
صورة (Γ_1) بالتحويل S هي الدائرة ذات المركز C' ونصف $\sqrt{2}$

(ج) الوضعية:

$$f(x) - (-x + 2) = xh(x)$$

القطر r' حيث:

$$\begin{cases} C' = 2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \\ r' = \sqrt{2} \end{cases} \text{ وبعد الحساب نجد: } \begin{cases} C' = S(C) \\ r' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 \end{cases}$$



التمرين 04:

$$f(x) = 2 - x^2 e^{1-x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x^2 e^{1-x}) = -\infty \quad (ا)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2 e^{1-x}) \quad (ب)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{x^2}{e^x} \right) = 2$$

فان المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

(6) f تقبل الاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا

$$f'(x) = e^{1-x} (-2x + x^2)$$

(ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-2x + x^2)$ وبالتالى جدول تغيرات

الدالة f كالتالى:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗ 2	↘ 2 - 4e ⁻¹	↗ 2	

(ج) معادلة المماس عند $x_0 = 1$ هي: $y = -x + 2$

$$h'(x) = (x-1)e^{1-x} \quad (7)$$

(ب) إشارة $h'(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
إشارة $h'(x)$	-	0	+

إتجاه التغير: الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1]$ و متزايدة تماما

على المجال $[1; +\infty[$

إشارة $h(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
إشارة $h(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$	$+$	$+$	0	$+$
إشارة الفرق	$-$	0	$+$	$+$

0.5

الوضع النسبي: (C_f) يقع تحت (T) على المجال $]-\infty; 0[$

(C_f) يقع فوق (T) على المجالين $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$

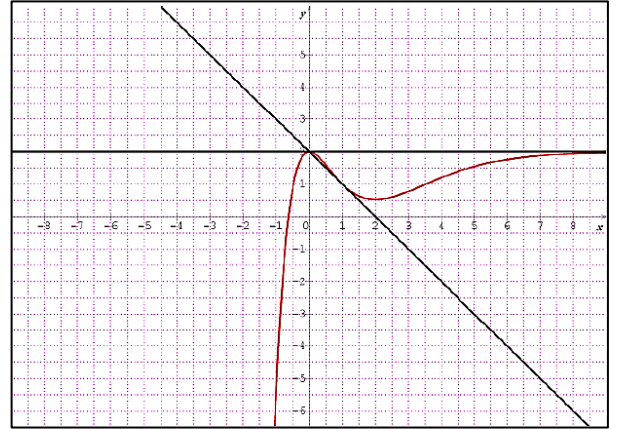
(C_f) و (T) يتقاطعان عند النقطتين ذات الفاصلتين

$$x = 1 \text{ و } x = 0$$

(1) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]0; 1[$

0.5

(2) الإنشاء:



0.75

(3) المناقشة:

لدينا $x^2 e^{1-x} = -m$ ومنه $2 - x^2 e^{1-x} = m + 2$

$f(x) = m + 2 = M$ ومنه $2 - x^2 e^{1-x} = m + 2$

(مناقشة افقية)

إذا كان:

• $M < 2 - 4e^{-1}$ أي $m < -4e^{-1}$ فالمعادلة تقبل حلا

0.75

وحيدا

• $M = 2 - 4e^{-1}$ أي $m = -4e^{-1}$. فالمعادلة تقبل حلين

احدهما مضاعف

• $2 - 4e^{-1} < M < 2$ أي $-4e^{-1} < m < 0$. فالمعادلة

تقبل ثلاث حلول

• $M = 2$ أي $m = 0$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا مضاعفا

• $M > 2$ أي $m > 0$ فالمعادلة لا تقبل حلول

(4) انتحقق ان: $F'(x) = f(x)$

$$\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) \text{ (ب)}$$

0.5

$$\int_1^2 f(x) dx = -3 + 10e^{-1} \text{ ومنه}$$

0.5

التصحيح المفصل للباكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة علوم تجريبية

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط
01	$\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 - z_0^2 \\ z = 0 \end{cases}$ اي ومع المستوي الذي معادلته $y = 0$ ينتج $\begin{cases} (x-x_0)^2 + y_0^2 + (z-z_0)^2 = r^2 \\ y = 0 \end{cases}$ اي وعليه نجد $\begin{cases} (x-x_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2 - y_0^2 \\ y = 0 \end{cases}$ معادلة لـ (S) هي: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 14$ هو $\Omega(2; -2; -1)$ ولدينا المسافة بين Ω و (P) هي $d(\Omega, P) = \frac{16}{23} < \sqrt{14}$ هي (P) والمسافة بين (S) و (P) متقاطعان وتقاطعهما دائرة	<p>التمرين 01:</p> <p>(1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من (D_1) و (D_2):</p> $\begin{cases} x-2 \\ y \\ z \end{cases} \text{ معناه } (D_1) \begin{cases} \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3 \\ \frac{x-2}{3} = t \\ -y-1 = t \\ z-3 = t \end{cases} \text{ أي } t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 3t+2 \\ y = -1-t \\ z = 3+t \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي لـ (D_1) معناه $(D_2) \begin{cases} x+1 = \frac{y}{2} = 2-z \\ x+1 = t' \\ \frac{y}{2} = t' \\ 2-z = t' \end{cases} \text{ أي } t' \in \mathbb{R} \begin{cases} x = -1+t' \\ y = 2t' \\ z = 2-t' \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي لـ (D_2)	0.5
0.25	<p>التمرين 02:</p> <p>(1) لنفرض ان $P(z) = 0$ لتقبل حلا تخيليا صرفا هو $a \in \mathbb{R}$ حيث</p> <p>وبالتالي نجد: $-ia^3 + 4a^2 - 6ai - 4 = 0$</p> <p>يكافئ: $\begin{cases} 4a^2 - 4 = 0 \\ -a^3 - 6a = 0 \end{cases}$ وهذا مستحيل</p> <p>اذن $P(z) = 0$ لا تقبل حلا تخيليا صرفا</p>	<p>(2) بين ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها</p> <p>اذا كانت $M(x; y; z)$ نقطة من الفضاء فان</p> $\begin{cases} 3t+2 = -1+t' \\ -1-t = 2t' \\ 3+t = 2-t' \end{cases} \text{ معناه } M \in (D_1) \cap (D_2):$ بجل هذه الجملة نجد ان: $t = 0, t' = 0$ وعليه بالتعويض في احدي العبارتين نجد ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في النقطة $A(-1; 0; 2)$	0.5
0.5	<p>(ب) ان $P(z) = (z-2)(z^2-2z+2)$ بالنشر والمطابقة</p> <p>(ج) $P(z) = 0$ يكافئ $z = 0$ او</p> $z^2 - 2z + 2 = 0 \dots (I)$	<p>(3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي بجوي المستقيمين (D_1) و (D_2)</p> <p>لدينا: $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ شعاعا توجيه لـ (D_1) و (D_2)</p> <p>على الترتيب، ليكن $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ شعاعا ناظميا للمستوي (P)،</p> <p>عندئذ $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 3a - b + c = 0 \\ a + 2b - c = 0 \end{cases}$ باخذ $a = 1$ نجد</p> <p>بجل الجملة ان $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$ وعليه معادلة المستوي (P)</p> <p>من الشكل $x - 4y - 7z + d = 0$ ولكون $A \in (P)$ ويتعويض احداثياتها في المعادلة نجد ان $d = 15$ اي معادلة لـ (P) هي: $x - 4y - 7z + 15 = 0$</p>	0.5
0.5	<p>لنحل: $(I): \Delta = (2i)^2$ وبالتالي المعادلة (I) تقبل حلين مركبين مترافقين هما: $1+i, 1-i$</p> <p>المعادلة $P(z) = 0$ حلولها هي: $S = \{2; 1-i; 1+i\}$</p>	<p>(3) ا) تعيين زاوية الدوران R</p> <p>لدينا: $z_C - z_A = a(z_B - z_A)$ ومنه: $a = -1$ اذن</p> $\theta = \arg(a) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$	0.5
0.5	<p>(ب) العبارة المركبة للدوران R هي: $z' = -iz + 2 + 2i$</p>	<p>ب) العبارة المركبة للدوران R هي: $z' = -iz + 2 + 2i$</p>	0.5
0.25	<p>(4) الدائرة (ϕ) مركزها $I(1; 0)$ ونصف قطرها 1 والدائرة (ϕ') مركزها $I'(2; 1)$ بصورة I بالدوران R ونصف قطرها 1 لان الدوران تقايس</p>	<p>معادلة ديكارتية لسطح الكرة هي تقاطع (S) مع المستوي الذي معادلته $z = 0$ ينتج:</p> $\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2 = r^2 \\ z = 0 \end{cases}$	0.5

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما

0.5 وبما انها محدودة من الاسفل فهي متقاربة نحو عدد حقيقي l من المجال $[e; +\infty[$

0.5 (ت) نهاية متتالية (u_n) :

المتتالية متقاربة نحو l معناه :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = f(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n) = f(l) = l$$

0.5 مستمرة على المجال $[1; +\infty[$ إيجاد $f(l)l = e$:

التمرين 04 :

1. (1) دراسة تغيرات الدالة :

■ النهايات : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ و

0.25 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$

■ الاشتقاق : $g'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

■ اشارة $g(x)$:

x	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+

0.25 اتجاه التغير : الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0; 1[$ ومتزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$

■ جدول تغيرات الدالة g :

x	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$		$+\infty$	0	$+\infty$

0.5 اشارة $g(x)$:

x	0	1	$+\infty$	
$g(x)$		+	0	+

0.25 اذا كان $X \in]0; +\infty[$ فان $X - 1 - \ln X \geq 0$:

0.25 $\ln X \leq X - 1$ بوضع $X = \frac{x}{2}$ يكون : $\ln \frac{x}{2} \leq \frac{x}{2} - 1$

0.25 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ فستنتج ان الدالة f مستمرة على اليمين العدد 0

0.5 (ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x} = +\infty$

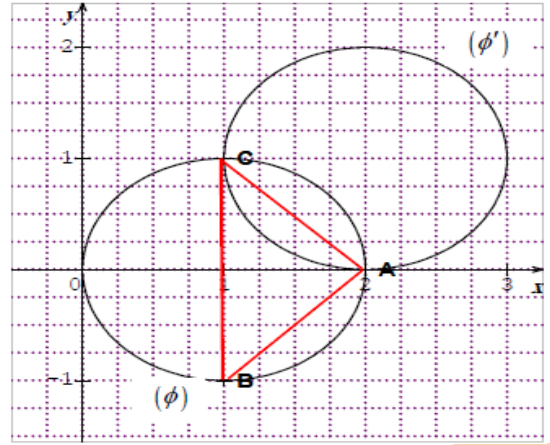
0.25 الاستنتاج : الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين

0.25 المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس يوازي محور الترتيب معادلته $x = 0$

(ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

0.25 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}\right) = +\infty$

0.25

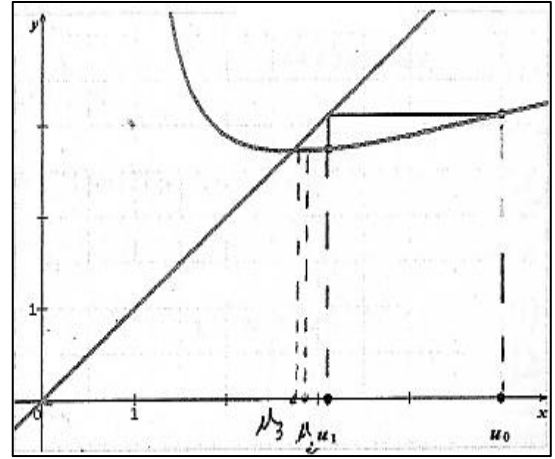


0.5

التمرين 03 :

الدالة f معرفة على المجال $]1; +\infty[$ $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

1. تمثيل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 :



0.75

(ب) التخمين : المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة

2. اثبات بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ان $u_n \geq e$

نسمي هذه الخاصية $P(n)$

• نبرهن ان $P(n)$ صحيحة من اجل $n = 0$

لدينا $u_0 = 5$ و $u_0 \geq e$ ومنه $P(0)$ صحيحة

• نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي ان $u_n \geq e$ ونبرهن ان

$$u_{n+1} \geq e$$

لدينا $u_n \geq e$ وبما ان الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على

المجال $[e; +\infty[$ فان $f(u_n) \geq f(e)$ ومنه $u_{n+1} \geq e$ اذن

الخاصية صحيحة .

ومنه نستنتج حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان : من اجل كل

$$e \leq u_n \leq e$$

(د) نبين ان المتتالية (u_n) متقاربة نحو l

اتجاه تغير المتتالية (u_n)

0.75 $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1 - \ln u_n)}{\ln u_n} \leq 0$ لان $u_n \geq e$ ومنه :

$$1 - \ln u_n \leq 0$$

5) (أ) مشتق الدالة $x \mapsto \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1)$ على المجال

$x \mapsto 2x \ln x$: هو $]0; +\infty[$

الدالة $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1) + C$ حيث

$(C \in \mathbb{R})$ أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

(ب)

$$A(x) = \int_{\lambda}^2 -f(x) = \left[-\frac{x^3}{3} + 2x + \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1) \right]_{\lambda}^2$$

$$= -\frac{2}{3} + 4 \ln 2 + \frac{\lambda^3 - 6\lambda}{3} - \frac{\lambda^2}{2}(2 \ln \lambda - 1)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = -\frac{2}{3} + 4 \ln 2$$

0.25

0.25

0.75

2) (أ) الدالتان $x \mapsto x^2 - 2$ و $x \mapsto -2x \ln x$ قابلتين للاشتقاق

على المجال $]0; +\infty[$ وبالتالي الدالة f حيث

$f(x) = x^2 - 2 - 2x \ln x$ قابلة للاشتقاق على المجال

$]0; +\infty[$ ولدينا $f'(x) = 2x - 2(\ln x + 1)$

$$f'(x) = 2g(x)$$

(ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وبالتالي:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0

جدول تغيرات الدالة f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	-2		$+\infty$

(ج) $f'(x)$ انعدم عند $x = 1$ ولم يغير إشارته، إذن المنحنى

(C_f) يقبل نقطة انعطاف احداثياتها $(1; -1)$

(3) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]2; 3[$.

$$f(3) \approx 0.40 \text{ و } f(2) \approx -0.77$$

(4) (أ) $f(2) = 2 - 4 \ln 2$ و $f'(2) = 2(1 - \ln 2)$ إذن

$$y = 2(1 - \ln 2)x - 2$$

(ب)

$$f(x) - [2(1 - \ln 2)x - 2] = 2x \left[\frac{x}{2} - 1 - \ln \left(\frac{x}{2} \right) \right] \geq 0$$

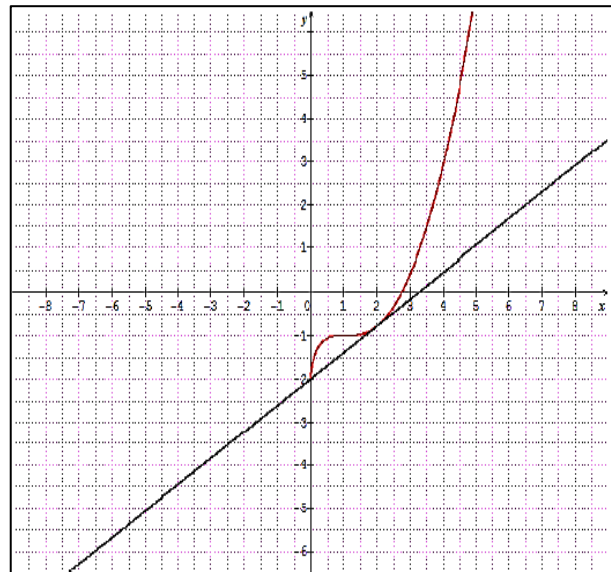
الوضع النسبي: (C_f) يقع فوق (Δ) على المجالين $]2; +\infty[$ و

$]0; 2[$

(C_f) و (Δ) يتقاطعان عند النقطتين ذاتا الفاصلتين: $x = 0$ و

$$x = 2$$

(4) الإنشاء:



0.25

0.25

0.5

0.25

0.25

0.25

0.5

0.75

0.5