التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الاول ثالثة تقني رياضي

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط

التمرين 01: ______

1. التحقق ان النقط A، B و C لاتعين مستويا وحيدا :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\ \\0\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-\\1\\0\end{pmatrix}$

بما ان : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}$ فان الشعاعين $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا وبالتالي النقط A، B و C على استقامة واحدة ومنه النقط A، B و C تعين ملا نهاية من المستويات وهي حزمة المستويات المتقاطعة وفق المستقيم المار بالنقط الثلاث **0.5**

2. $P(m)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق :

$mx-y+(2-m)z+m+4=0$ ، m عدد حقيقي

ا) نبين ان $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m : **0.5**

لدينا من اجل كل m من $\mathbb{R}$ الثلاثية $(m;-1;2-m)\neq(0;0;0)$ ومنه $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m

ب) نبين ان جميع المستويات $P(m)$ تتقاطع في نفس المستقيم (Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له : **0.75**

$mx-y+(2-m)z+m+4=0$ يكافئ

$(-y+2z+4)+m(x-z+1)=0$

يكافئ $(-y+2z+4)=0$ و $(x-z+1)=0$

منه (Δ) معرف بالجملة : $\begin{cases}x-z+1=0\\-y+2z+4=0\end{cases}$ اي ان

$\begin{cases}x=-\ \ +z\\y=4+2z\end{cases}$ بوضع $z=t$ ، t عدد حقيقي

ومنه التمثيل الوسيطي لـ(Δ) هو : $\begin{cases}x=-\ \ +t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}\ ;\ t\epsilon\mathbb{R}$

3. ا) حساب احداثيات النقطة H حيث : **0.5**

$2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+e\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

بما ان : $2-1+e\neq0$ فان النقطة H موجودة ووحيدة هي مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-1);(C;e)\}$

$\begin{cases}x_H=\frac{2x_A-x_B+ex_C}{2-\ +e}=0\\y_H=\frac{2y_A-y_B+ey_C}{2-\ +e}=\\z_H=\frac{2z_A-z_B+ez_C}{2-\ +e}=\end{cases}$ ومنه $H=C(0;1;1)$

ب) المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ): لتكن النقطة H' المسقط العمودي (Δ)، $\vec{u}\begin{pmatrix}\\2\\ \end{pmatrix}$ شعاع توجيهه ، $\overrightarrow{HH'}\begin{pmatrix}x_{H'}\\y_{H'}-1\\z_{H'}-\end{pmatrix}$ **0.5**

معناه $\begin{cases}\overrightarrow{HH'}.\vec{u}=0\\H'\epsilon(\Delta)\end{cases}$

:

$\begin{cases}x_{H'}+2y_{H'}+z_{H'}-3=0\\x_{H'}=-\ \ +t\\y_{H'}=4+2t\ ;(t\epsilon\mathbb{R})\\z_{H'}=t\end{cases}$ معناه : $t=-\frac{2}{3}$

ومنه $H'\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};-\frac{2}{3}\right)$

$d(H;(\Delta))=HH'=\frac{5}{\sqrt{3}}$

4. ا) ايجاد (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\|=\sqrt{5}(1+e)$ **0.5**

معناه $\|(2-1+e)\overrightarrow{MH}\|=\sqrt{5}(1+e)$ معناه :

$\|\overrightarrow{MH}\|=\sqrt{5}$ ومنه (S) سطح كرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\sqrt{5}$

ب) ايجاد المستويات (P_m) التي تمس المجموعة (S) **0.75**

المستويات (P_m) تمس المجموعة (S) معناه :

$d(H;(P_m))=\sqrt{5}$

$d(H;(P_m))=\frac{|mx_H-y_H+(2-m)z_H+m+4|}{\sqrt{m^2+1+(2-m)^2}}$

$=\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}$

$\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}=\sqrt{5}$ معناه : $\sqrt{5}\sqrt{2m^2-4m+5}=5$

معناه : $m^2-2m=0$ معناه $m=0$ او $m=2$ ومنه :

$(P_0):-y+2z+4=0$ او $(P_2):2x-y+6=0$

التمرين 02: ______

1) نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ **0.5**

$\Delta=-4$ ومنه $z_1=\sqrt{3}-i$ او $z_2=\sqrt{3}+i$ ومنه

$S=\{\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i\}$

كتابة الحلول على الشكل المثلثي : **0.5**

$z_1=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ ،

$z_2=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

2) كتابة العدد L على الشكل الاسي ثم حساب L^{2016}

لدينا : $z_B=2e^{i\frac{\pi}{6}}$، $z_C=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$، **0.5**

$-i=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ ومنه : $L=\frac{\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}$ **0.5**

$L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}e^{i2016\frac{\pi}{12}}=\sqrt{2}^{2016}e^{i168\pi}$

$L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}$

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون L^n تخيلي صرف :

لدينا : $L=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ ، $L^n=\sqrt{2}^ne^{i\left(n\frac{\pi}{12}\right)}$ **0.5**

L^n عدد تخيلي صرف معناه $n\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنه

$n=12k+6$ ، $k\epsilon\mathbb{N}$

1) ا) نبين انه يوجد دوران r مركزه النقطة B ويحول A الى C يطلب تعيين زاوية : 0.5

ليكن r تحويل عبارته المركبة من الشكل $z' = az + b$ حيث b،a عددان مركبان

لدينا معناه $\begin{cases} r(A) = C \\ r(B) = B \end{cases}$ ومنه : $a = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -\frac{}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و

$b = z_B(1 - a) = 2\sqrt{3}$

ومنه : $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3}$ بما ان : 0.5

$|a| = \left|-\frac{}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| =$

فان r هو دوران مركزه B وزاويته $arg(a) = \frac{2\pi}{3}$

ب) استنتاج طبيعة المثلث ABC وحساب مساحته 0.5

لدينا : $AB = BC$ و $arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = \frac{2\pi}{3}$ اذن

المثلث ABC متقايس الاضلاع

لتكن $z_{B'}$ لاحقة منتصف $[AC]$، $z_{B'} = \frac{z_B + z_B}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{}{2}$ 0.5

$[BB']$ ارتفاع وعمود ومتوسط ومحور متعلق بـ : $[AC]$ في

المثلث ABC المتقايس الضلعين مساحته $S = \frac{BB' \times AC}{2}$

$BB' = |z_{B'} - z_B| = 1$ ، $AC = |z_C - z_A| = 2\sqrt{3}$

ومنه : $S = \sqrt{3}ua$

1) ا) تعيين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون

العدد $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب : لدينا $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i} = \frac{z - z_C}{z - z_A}$ 0.75

$\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب معناه $arg\left(\frac{z - z_C}{z - z_A}\right) = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

ومنه $arg\left(\frac{z - z_C}{z - z_A}\right) = (\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MC}) = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ و (E_1) هي المستقيم (AC) باستثناء القطعة $[AC]$

ب) تعيين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون 0.75

$iz = - \ \ + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$

لدينا : $iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ اي $iz = i(i + \sqrt{3} +$

$2e^{i\theta})$ اي ان : $z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta}$

$z = z_B + 2e^{i\theta}$ ، θ يمسح $\mathbb{R}$ ومنه : (E_2) هي دائرة مركزها النقطة B ونصف قطرها 2

التمرين 03 :

1) دراسة تغيرات الدالة f 0. 5

$f'(x) = -\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 0	↗	0	↘	$-\infty$

0.5

احسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول اتجاه 0.5

$u_2 = \frac{e^2}{4} \approx \ \ .85$، $u_1 = e \approx 2.71$ (1

0.25 $u_4 = \frac{e^4}{256} \approx 0.21$، $u_3 = \frac{e^3}{27} \approx 0.74$،

0.25 $u_5 = \frac{e^5}{3125} \approx 0.05$، متناقصة ونهايتها 0

ا) اثبات ان : $v_n = n - n\ln(n)$

0.5 (1 ا) $v_n = \ln n = n - n\ln n$

ب) ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتج ان (u_n) متناقصة:

$v_n = f(n)$ والدالة f متناقصة على المجال $[1; +\infty[$

0.5 وبالتالي (v_n) متناقصة وبما ان $u_n = e^{v_n}$ والدالة الاسية

متزايدة فان اتجاه تغير (u_n) هو اتجاه تغير (v_n) اي (u_n)

0.25 متناقصة

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0 < u_n \le e$

بما ان (u_n) متناقصة فان $u_n \le u_0 = e$ ولدينا

0.5 $e^n > 0$ و $n^n > 0$ وبالتالي $u_n > 0$ اي $0 < u_n \le e$

د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

0.25 (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة .

ولدينا $\lim_{n \to +\infty} f(n) = -\infty$ اي

0.5 $\lim_{n \to +\infty} \ln u_n = -\infty$ وبالتالي $\lim_{n \to +\infty} (u_n) = 0$

التمرين 04 :

الجزء 1 : $f(x) = e^{-x}\ln(1 + e^x)$ ، $D_f = \mathbb{R}$

2) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left[\frac{\ln(1 + e^x)}{e^x}\right]$ بوضع

$t = e^x$ نجد : $\lim_{t \to 0} \left[\frac{\ln(1 + t)}{t}\right] = 1$ ومنه

0.25 $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$

0.25 التفسير الهندسي:(C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y =$ بجوار $-\infty$

3) ا) لدينا من اجل كل عدد حقيقي x :

$f(x) = e^{-x}[\ln e^x + \ln(e^{-x} + 1)]$ ومنه

0.5 $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1 + e^{-x})$

ب) حساب نهاية f عند $+\infty$ وتفسيرها هندسيا :

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ لان

0.25 $\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1 + e^{-x})\right] = 0$

0.25 التفسير الهندسي:(C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$

4) $g(x) = \frac{t}{1 + t} - \ln(1 + t)$ ، $D_g =]-1; +\infty[$

ا) دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات : $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

من اجل كل عدد حقيقي t من $[0; +\infty[$ ولدينا :

0.25 $g'(x) = \frac{}{(1 + t)^2} - \frac{}{1 + t} = \frac{-t}{(1 + t)^2}$

تغيرها ونهايتها 0.5

نلاحظ انه من اجل كل عدد حقيقي t من $]0;+\infty[$: $g'(x) < 0$

جدول التغيرات : 0.5

t	0	$+\infty$
g'(t)		−
g(t)	0 ↘	$-\infty$

0.75

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما t ان : $g(t) < 0$

1) ا) حساب $f'(x)$:

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$$f'(x) = -e^{-x}\ln(1+e^{x}) + \frac{e^{x}}{+e^{x}} \times e^{-x}$$ 0.5

ومنه بعد التبسيط نجد : $f'(x) = \frac{g(e^{x})}{e^{x}}$

ب) من اجل كل عدد حقيقي x نضع $t = e^{x}$ نجد $\frac{g(t)}{t} < 0$ ومنه نجد $\frac{g(e^{x})}{e^{x}} < 0$ اي $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة على مجموعة تعريفها

جدول التغيرات : 0.5

x	$-\infty$	$+\infty$
f'(x)		−
f(x)	1 ↘	0

ج) انشاء (C_f) : (انظر في اخر الصفحة) 0.5

الجزء 2: $\int_0^x f(t)dt$

1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي t : $\frac{}{+e^{t}} = \quad - \frac{e^{t}}{+e^{t}}$

2) حساب التكامل بالتجزئة :

نضع : $\begin{cases} u(t) = \ln(1+e^{t}) \\ v'(t) = e^{-t} \end{cases}$ و $\begin{cases} u'(t) = \frac{e^{t}}{1+e^{t}} \\ v(t) = -e^{-t} \end{cases}$ ومنه : 0.75

$$F(x) = [\ln(1+e^{t}) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x -e^{-t} \times \frac{e^{t}}{+e^{t}}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^{t}) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \frac{}{+e^{t}}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^{t}) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \left(1 - \frac{e^{t}}{+e^{t}}\right)dt$$

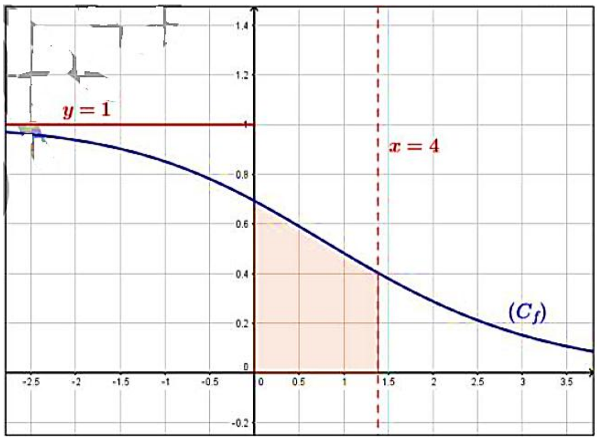
$$= -f(x) - \ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right) + 2\ln 2$$

3) حساب المساحة : 0.75

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \left[-f(x) - \ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right) + 2\ln 2\right]_0^{\ln 4}$$

بعد الحساب نجد :

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \frac{-25\ln 5}{2} + 10\ln 2\ cm^2$$



0.5

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة تقني رياضي

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط

التمرين 01 :

1. اثبت ان حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x=8k-1$ ، $y=3k-$ و $k\epsilon\mathbb{Z}$

ومنه : $3(x+1)=8(y+1)$

3 يقسم الجداء $8(y+1)$ واولي مع فهو يقسم $y+$ — 0.5

يعني $y=3k-1$ حيث $k\epsilon\mathbb{Z}$ وبتعويض في نجد $x=8k-$

$\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$ يستلزم $3x+2=8y+7$ يعني — 0.5

$3x-8y=5$ ومنه $(x;\ )$ حل للمعادلة (E)

2. ا) اثبات ان $(x;y)$ حل للمعادلة (E) :

$\begin{cases} n\equiv 2[3] \\ n\equiv 7[8] \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$ — 0.75

ب) اثبت ان n حل للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n\equiv 23[24]$

$(x;y)$ حل للمعادلة (E) حسب السؤال 2 ا) ومنه

$x=8k-$ و $y=3k-1$ اذن

$n=3x+2=24k-$ يعني : $n\equiv -1[24]$ ومنه — 0.75

$n\equiv 23[24]$

نفرض ان يعني ومنه $\begin{cases} n-2=24k+21 \\ n-7=24k+16 \end{cases}$ ومنه

$\begin{cases} n-2=3(7k+8) \\ n-7=8(8k+7) \end{cases}$ يعني $\begin{cases} n\equiv 2[3] \\ n\equiv 7[8] \end{cases}$ — 0.75

3. ا) تأكد ان 2015 حل للجملة (S):

لدينا $2015=3\times 671+2$ يعني $2015\equiv 2[3]$ و — 0.5

يعني $2015=8\times 251+7$ يعني ان $2015\equiv 7[8]$

اذن $2015\equiv 23[24]$ اذن $2015^{1436}\equiv (-1)^{1436}[24]$

اخيرا $2015^{1436}\equiv 1[24]$ $2015^{1436}-\ \ \equiv 0[24]$ — 0.5

يعني ان $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24

التمرين 02 :

1. ا) اثبات ان النقط A ، B ، C تعين مستويا (ABC) لدينا

: $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ \frac{1}{2} \\ -7 \end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ بما ان $\frac{3}{4}\neq 8$ فان النقط A ، B ، C — 0.5

تعين مستويا

ب) التحقق ان الشعاع $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ \ \end{pmatrix}$ $\vec{n}$ ناظم للمستوي (ABC) نحسب

$\overrightarrow{AB}.\vec{n}=6-8+2=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=8-7-1=0$ — 0.5

اذن محققة

تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : — 0.5

$2x-2y+z=$

(1 ا) ايجاد $\vec{u}$ احد اشعة توجيه المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي

$\begin{cases} x=\ \ \ -\ln(t) \\ x=-\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z=-\ \ \ +\ln(e^2t) \end{cases}$; $t\epsilon]0;+\infty[$ هو يكافئ — 0.75

$\begin{cases} x=\ \ \ -\ln(t) \\ y=-\ \ \ +\ln(t) \\ z=\ \ \ +\ln(t) \end{cases}$; $t\epsilon]0;+\infty[$ بوضع

نجد $\begin{cases} x=\ \ \ -k \\ y=-1+k \\ z=\ \ \ +k \end{cases}$; $k\epsilon\mathbb{R}$ ومنه $\vec{u}\begin{pmatrix} - \\ 1 \\ \ \end{pmatrix}$

نقطة من (Δ) هي $L(1;-1;1)$

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم (Δ) ايجاد

EM^2 بدلالة t

$EM^2=(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2$ ومنه — 0.5

$EM^2=(\ln(t))^2+(\ln(t))^2+(\ln(t)-1)^2$ اي

$EM^2=3(\ln(t))^2-2\ln(t)+1$

ج) ايجاد اصغر قيمة EM^2 نضع $EM^2=f(t)$ وندرس اتجاه

تغير الدالة f نجد ان $f'(t)=\frac{2(3\ln(t)-1)}{t}$ تنعدم f' عند — 0.25

$t=e^{\frac{1}{3}}$ وسالبة على المجال $\left]0;e^{\frac{1}{3}}\right[$ ومنه f متناقصة على المجال

$\left]0;e^{\frac{1}{3}}\right[$ ومتزايدة على المجال $\left]e^{\frac{1}{3}};+\infty\right[$ اذن اصغر قيمة تصلها

EM^2 عندما $t=e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2=\frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة E

والمستقيم (Δ) هي $\frac{2}{3}$

د) استنتاج احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم

(Δ) نعوض في التمثيل الوسيطي $t=e^{\frac{1}{3}}$ هي $H\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$ — 0.25

و) كتابة معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E ويمس

المستقيم (Δ) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث — 0.5

$x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+\frac{16}{3}=0$ يكافئ

$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{2}{3}$

(2 ا) تبيين ان المثلث ABC قائم في A لدينا $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه — 0.25

محققة

حساب مساحة المثلث ABC : $S_{ABC}=\frac{\ }{2}AB\times AC=\frac{87}{4}$ — 0.5

ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ نحسب

$d(D;(ABC))=\frac{4}{3}$ ومنه الحجم — 0.5

$V_{ABCD}=\frac{\ }{3}S_{ABC}.d=\frac{87}{9}$

التمرين 03: ______________________

1. ا) احسب العدد المركب $\left(\sqrt{3}+i\right)^2$ 0.25

$\left(\sqrt{3}+i\right)^2 = 2+2\sqrt{3}i$

استنتاج : $z^2 = 2+2\sqrt{3}i$ معناه : $z^2 = \left(\sqrt{3}+i\right)^2$ معناه : 0.5

$z=\sqrt{3}+i$ او $z=-\sqrt{3}-i$

$z^2 = -2-2\sqrt{3}i$ معناه : $z^2 = \left(i\left(\sqrt{3}+i\right)\right)^2$

معناه $z=-1+\sqrt{3}i$ او $z=1-\sqrt{3}i$

$S=\{-\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;1-\sqrt{3}i;-1+\sqrt{3}i\}$

ب) التحقق : $P(z)=\left(z^2+2+2\sqrt{3}i\right)\left(z^2-2-2\sqrt{3}i\right)$ 0.25

$=z^4+8-8\sqrt{3}i$

2. ا) اكتب الاعداد المركبة A، B، C و D على الشكل الاسي

$z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ ، $z_C=2e^{i\left(\frac{7\pi}{6}\right)}$ 0.5

$z_D=2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$،

ب) تعليم النقط : 0.5

$OA=OB=OC=OD=2$ ونصف قطر الدائرة هو 2 0.5

ج) $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ و $\frac{z_A-z_D}{z_A-z_B}=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=i$ ، $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}$ 0.25

التفسير : $AD=AB$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}$

فالمثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين 0.75

3. $T: z'=e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة 0.5

T دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب) التحقق: $T(A)=B$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{\pi}{6}}=z_B$

$T(B)=C$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{2\pi}{3}}=z_C$

$T(C)=D$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{7\pi}{6}}=z_D$ 0.5

ج) $P(z')=P\left(e^{i\frac{\pi}{2}}z\right)=(iz)^4+8-8\sqrt{3}i=P(z)$ 0.25

د) $P(z_A)=0$ 0.25

لدينا : $P(z_A)=P(z_B)$ ومنه $P(z_B)=0$

$P(z_B)=P(z_C)$ ومنه $P(z_C)=0$

$P(z_C)=P(z_D)$ ومنه $P(z_D)=0$ 0.25

اذا حلول المعادلة $P(z)=0$ هي :

$S=\{-\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;1-\sqrt{3}i;-1+\sqrt{3}i\}$

التمرين 04: ______________________

1. لدينا $(x>0;$ $f(x)=\frac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2+\right.$ و

$f(0)=$ 0.25

2. حساب نهاية f عند $+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ 0.25

3. دراسة قابلية اشتقاق f عند 0

من الواضح ان f غير قابلة للاشتقاق عند لانها ليست نعرفة على يسار 0 0.5

لندرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 :

$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{\frac{\ }{2}x^2(3-\ln x^2)+\ -\ }{x} = 0$

ومنه قابلة للاشتقاق على يمين 0 والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة $(0;1)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f

0.5 حساب المشتق : الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

حيث: $f'(x)=x(3-2\ln x)-x$ ومنه

$f'(x)=2x(1-\ln x)$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $(1-\ln x)$ لان $2x>0$

$f'(x)\geq 0$ يكافئ $(1-\ln x)\geq 0$ يكافئ $\ln x\leq$

اي $x\leq e$ اي $x\epsilon]0;e]$ اذن :

$x\epsilon]0;e]$ يكافئ $f'(x)\geq 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما

ونستنتج $x\epsilon[e;+\infty[$ يكافئ $f'(x)\leq 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	1 ↗	$\frac{1}{2}e^2+1$	↘ $-\infty$

1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي α وحيد حيث : $\alpha\geq 0$

0.5 و $f(\alpha)=0$ من جدول التغيرات نجد الدالة f متناقصة تماما على $[e;+\infty[$ ومستمرة على هذا المجال ولدينا :

و $f(e)=\frac{1}{2}e^2+1$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ اذن

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α وحيدا في المجال $[e;+\infty[$ يحقق $f(\alpha)=0$

التحقق ان : $4.6\leq\alpha\leq 4.7$ لدينا $f(4.7)\times$ و $f(4.6)<0$ ومنه $4.6\leq\alpha\leq 4.7$

2) كتابة معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة :

$(D): y=f'(x)(x-1)+f(1)$ ومنه:

0.5 $(D): y=2x+\frac{\ }{2}$

ا. لدينا $g(x)=f(x)-2x-\frac{\ }{2}$

حساب $g'(x)$ و $g''(x)$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث

0.5 : $g'(x)=f'(x)-2$ اي $g'(x)=2x(1-\ln x)$

الدالة g' قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث :

$g''(x)=2(1-\ln x)+2x\left(-\frac{\ }{x}\right)$ اي

$g''(x)=-2\ln x$

دراسة اتجاه تغير g'

$g''(x) \geq 0$ يكافئ $-2\ln x \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 0$ يكافئ $0 < x \leq$ اذن الدالة g' متزايدة تماما على $]0; 1]$ 0.5

$g''(x) < 0$ يكافئ $-2\ln x < 0$ يكافئ $\ln x > 0$ يكافئ $x < 1$ اذن الدالة g' متناقصة تماما على $[1; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة g' : 0.25

x	0		1		$+\infty$
$g''(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	‖ -2	↗	0	↘	$-\infty$

اشارة الدالة g' على المجال $]0; +\infty[$: 0.25

من جدول التغيرات الدالة g' نجد من اجل كل عدد حقيقي x:

$g'(x) \leq 0$ 0.25

4. تحديد اتجاه تغير الدالة g :

لدينا من السؤال 1 . $g'(x) \leq 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة g :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$-$	
$g(x)$	‖ 1	↘	0	↘	$-\infty$

0.5

من جدول تغيرات الدالة g نجد: $g(x) \geq 0$ من اجل $x\epsilon]0; 1]$ ،

$g(x) \leq 0$ من اجل $x\epsilon[1; +\infty[$

استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) يعود الى دراسة اشارة الفرق $f(x) - 2x - \frac{1}{2}$ اي اشارة $g(x)$

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	
الوضعية	‖	(C_f) فوق (D)		(C_f) تحت (D)	

0.5

5. انشاء (C_f) و (D) :

6. 1) حساب بدلالة باستعمال المكاملة بالتجزئة :

لدينا : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

نضع : $\begin{cases} u'(x) = x^2 \\ v(x) = \ln x \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} u(x) = \frac{x^3}{3} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$ 0.75

اذن : $I_n = \left[\frac{x^3}{3} \ln x\right]_{\frac{1}{n}} - \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{x^3}{3} \times \frac{1}{x} dx$

ومنه بعد التبسيط نجد : $I_n = \frac{}{3n^3}\left(\frac{1}{3} + \ln n\right) - \frac{1}{9}$

2) استنتاج بدلالة n المساحة $A(n)$:

بما ان $1 \leq x \leq \frac{1}{n} < 0$ اي $0 < x < 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{}{2} > 0$

حسب السؤال 2 من الجزء II اي من اجل $1 \leq x \leq \frac{1}{n}$ فان

وبالتالي $f(x) - 2x - \frac{}{2} > 0$:

0.75 ولدينا $A(n) = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \left(f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right) dx$:

$f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{}{2} - x^2 \ln x$

ومنه : $A(n) = \left[\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2}\right]_{\frac{1}{n}} - I_n$ بعد التبسيط نجد :

$A(n) = \left(-\frac{}{18n^3} + \frac{}{n^2} - \frac{}{2n} + \frac{}{3}\left(\frac{ln(n)}{n^3}\right) + \frac{}{9}\right) \times 4cm^2$

حساب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} \frac{ln(n)}{n^3} = 0$ ومنه نجد :

$\lim_{n\to+\infty} A(n) = \frac{4}{9}$

0.75