على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04.5 نقاط)

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس المباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;1;0)$, $B(1;2;0)$, $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ حيث m عدد حقيقي موجب

1) أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos A\hat{B}C$ و $\sin A\hat{B}C$.

ب) احسب مساحة المثلث ABC.

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC)ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) بين أن $ABCD$ رباعي وجوه و أن حجمه : $v_{ABCD}=\dfrac{2m+5}{6}$.

4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$من الفضاء و التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.

بين أنه من أجل عدد حقيقي m فإن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

5) عين قيمة mحتى يكون المستوي (ABC)مماسا لسطح الكرة (S_m) .

6) أكتب معادلة المستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) و يمس (S_m).

التمرين الثاني :(04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z المركب التالية : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A, B , C و D لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$, $Z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $Z_D=\overline{Z_C}$.

بين أن النقط A, B , C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C)التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها .

3) لتكن النقطة E نضيرة النقطة D بالنسبة للمبدأ O .

أ) بين أن : $\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

ب) بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E إلى النقطة C يطلب تعيين زاويته .

4) نعتبر التحويل النقطي Sالذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M'ذات اللاحقة Z'حيث :

$Z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}(Z+i\sqrt{3})$.

أ) عين طبيعة S و عناصره المميزة.

ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $Z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θعدد حقيقي .

ت) عين طبيعة المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S و عناصرها الهندسية.

التمرين الثالث :(04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الارقام 0، 2،1،1 واربع كرات حمراء تحمل الارقام 2،2،1،1 نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الكيس

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ ثلاث كرات من نفس اللون

ب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم

ج ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1.

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي

ب) أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين ارابع :(04 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على المجال $D=]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$.

1) أوجد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ- أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

جـ - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1;\frac{3}{2})$.

3) أثبت أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]\frac{1}{2};1[$.

4) ارسم المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T).

الجزء الثالث: نضع من أجل x ينتمي إلى D: $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟

2) أوجد بالسنتيمترات المربعة S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها:

$x=1\ ;\ x=e\ ;\ y=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 10.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv0[10]$

3) عين الأعداد الطبيعية n حيث: $7\times3^{n+1}-1\equiv0[10]$ و $10\prec n\leq25$.

4) ليكن العدد A الذي يكتب على الشكل $\overline{xx02102}^{3}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب في النظام ذي الأساس 9 بالشكل $\overline{y67y}^{9}$

أ) عين x و y.

ب) أحسب A في النظام العشري .

ث) أكتب A في النظام ذي الأساس 7.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم و المتجانس المباشر $(O,\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و I التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-2$ ، $z_B=-1+i$ و $z_I=i$.

من أجل كل عدد مركب z حيث $z\neq-2$ نضع : $z'=\dfrac{iz+i+1}{z+2}$. حيث M صورة العدد المركب z و M' صورة العدد المركب z' .

1- أ) تحقق أن $z'=\dfrac{i(z+1-i)}{z+2}$.

ب)بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$ فان النقطة M' تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين عناصر ها المميزة .

ج) عين طبيعة (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون z' تخيليا صرفا .

2- أ) تحقق أن : $z'-i=\dfrac{1-i}{z+2}$

ب)استنتج أن : $IM'\times AM=\sqrt{2}$ و أن $(\vec{u},\overrightarrow{IM'})+(\vec{u},\overrightarrow{AM})\equiv-\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

ج) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات المركز A و نصف القطر 1 فان النقطة M' تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها .

3- لتكن النقطة F ذات اللاحقة $z_F=-\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

أ)بين أن النقطة F تنتمي إلى (Γ) ثم بين أن $(\vec{u},\overrightarrow{AF})\equiv\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$

ب) باستعمال نتائج السؤال 2) أنشئ النقطة F' المرفقة بالنقطة F .

التمرين الثالث :(04 نقاط)

$(u_n)_{n\in N}$ المتتالية المعرفة بحدها الاول $u_0=\frac{1}{5}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\langle u_n\langle\frac{1}{2}$

2) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$. استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{5^n u_n}{2u_n-1}$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 10 ويطلب حساب حدها الاول v_0

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن : $u_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+...+\frac{1}{u_n}$

التمرين الرابع :(08نقاط)

I . نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$.

نسمي (C_f) النحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3-بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8\prec\alpha\prec1.9$

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(0)$ ، $f(3)$ ثم أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

7- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x)=x+m$.

II . نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$.

1) أ) بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$.

ب)أحسب I_1 .

2- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .

ب)أحسب I_2 .

3- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.