الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة: 03ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة $A(-2\,,-1\,,0)$ والمستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلة كل منهما $3x+y+3=0$ و $2x-z+3=0$ على الترتيب

1) أ/ بين أن المستويين (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) له تمثيلا وسيطيا كما يلي :

$$(\Delta):\begin{cases} x=t \\ y=-3t-3 \\ z=2t+3 \end{cases} \quad (t\in\mathcal{R})$$

ب/ تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)

2) أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و يوازي (Δ)

ب/ عين إحداثيات النقطة B المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ)

- ثم استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (d)

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2+MB^2=4AI^2$ حيث I منتصف [AB]

أ/ عين طبيعة المجموعة (Γ) وحدد عناصرها المميزة

ب/ استنتج تقاطع المجموعة (Γ) مع المستقيمين (Δ) و (d)

التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z الآتية : $(Z-4-2i)(Z^2-2Z+2)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ ، نعتبر النقط A، B وC التي لواحقها :

$Z_A=1+i$ ، $Z_B=4+2i$ و $Z_C=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}i$ على الترتيب

أ/ بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

ب/ استنتج طبيعة المثلث BAC ثم احسب مساحته

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ/ عين الكتابة المركبة للتشابه S

ب/ عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

جـ/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD ثم استنتج مساحة المثلث BCD

4) لتكن (E) مجموعة النقط من المستوي حيث : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD}=0$

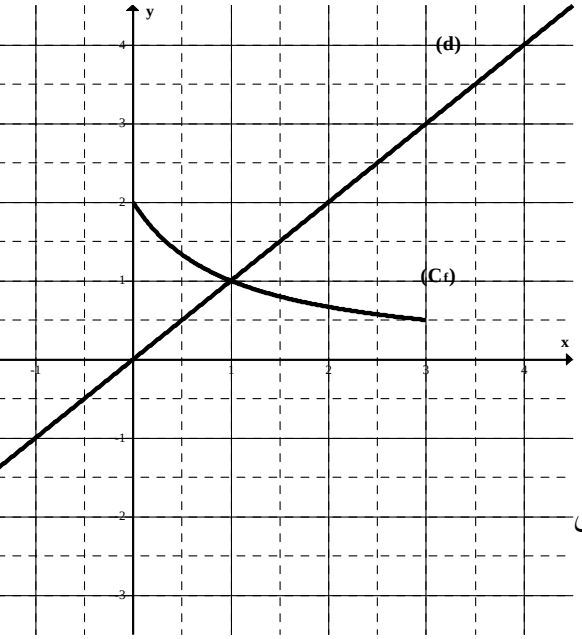
أ/عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة

ب/تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثالث (4,5 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على المجال [0 , 3] بـ:

$f(x) = \frac{2}{x+1}$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$



1 (U_n)متتالية عددية معرفة بحدها الأول : $U_0 = 3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$

أ/ مثل الحدود U_0 . U_1 ، U_2، U_3، U_4، U_5 و U_6على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل(وذلك في الوثيقة المرفقة).

ب/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

جـ/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) و المتتالية (U_{2n+1})

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le 3$

3 (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب تعيين حدّ ها الأول

ب- أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ وماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1 بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3 أحسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = xe^x - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. أ/ بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

4. أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ج/ احسب $f(1)$ و $f(2)$ ثم انشئ (Δ) و المماس (T)و المنحنى (C_f)

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $xe^x = m$

5. a بين أن : $x \longmapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \longmapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

b احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = -1$ و $x = 0$

الموضـــوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط : $A(-3,3,2)$، $B(-2,1,0)$ $E(0,0,2)$ و $F(0,3,-1)$ و (p) المستوي الذي $2x+2y-z+2=0$ ، معادلة ديكارتية له

و (Q) المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=\alpha+\beta \\ y=4\alpha-2\beta+1 \\ z=\alpha-2\beta-2 \end{cases}$ (Q) حيث α و β عددان حقيقيان

1 أ/ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

ج/ تحقق أن المستويين (p) و (Q) متعامدان ويتقاطعان وفق المستقيم (AB)

2 أ/ عين المركز C ونصف القطر r لسطح الكرة (S) الذي يمس كل من المستويين (p) و (Q) في النقطتين E و F على الترتيب

ب/ استنتج بعد النقطة C عن كل من المستويين (p) و (Q)

3 a/ تحقق أن المثلث ABC قائم في النقطة B ثم احسب مساحته

b/ بين أن $\overrightarrow{EF}$ عمودي على المستوي (ABC)

c/ احسب حجمي رباعيي الوجوه ABCE و ABCF

التمرين الثاني :(4,5 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ ، L العدد المركب المعرف بـ : $L=\frac{\alpha+\beta i}{3+5i}$

حيث α و β عددان حقيقيان

1 عين α و β بحيث يكون: $|L|=1$ و $\arg(L)=\frac{\pi}{4}$

2) نضع : $\alpha=-\sqrt{2}$ و $\beta=4\sqrt{2}$

أ/ عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا

ب/ بين أن: $L^{2016}=1$ ، ثم احسب $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}-(3+5i)^{2016}$

3) النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب :

$Z_A=-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i$ ، $Z_B=3+5i$

أ/ عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B إلى A

ب/ استنتج طبيعة المثلث OBA

جـ/ بين أن: $AB=\sqrt{34(2-\sqrt{2})}$

4) لتكن النقطة G منتصف $[AB]$ و M نقطة كيفية من المستوي المركب

أ بين أن : $MA^2+MB^2=2MG^2+17(2-\sqrt{2})$

ب عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2+MB^2=42-17\sqrt{2}$

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

(U_n)متتالية عددية معرفة كمايلي: $U_1 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)}U_n$

1 أ/ احسب U_2 و U_3

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

2 نعتبر المتتالية العددية (V_n)المعرفة كمايلي :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n2^nU_n$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1

ب/ أكتب كلا من V_n وU_n بدلالة n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n)

3 1/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots + V_n$

2/ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \cdots\cdots \times (nU_n)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2lnx$

1 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة

2 ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0, +\infty[$

3 احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2 - (lnx)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أ/ اثبت ان : $\lim_{x\to+\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$ ، (مساعدة : نضع $t = \sqrt{x}$)

ب/ استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. 1 تحقق ان : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ، ثم احسب $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج

3. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = g(x) \times \frac{1}{x}$

4. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

5. ارسم المنحنى (C_f)

6. أ/ اثبت أن: $x \mapsto xlnx - x$ ، هي دالة أصلية للدالة : $x \mapsto lnx$ على المجال $]0, +\infty[$

ب/ باستعمال المكاملة بالتجزئة تحقق أن : $\int_1^e (lnx)^2\, dx = e - 2$

ج/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = 1$ و $x = e$