الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــوادي — **المؤسستان:** - **متقن ميلودي العروسي**
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — - **ثانوية السعيد عبد الحـــي**
الشعبة: تقني رياضي — **(دورة: ماي 2016)**

اختبار في مادة الرياضيات — **المـدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول :(04 نقط)

I) ليكن k عددا صحيحا

1- اثبت أن العددين $A = 4k + 1$ و $B = 5k + 1$ أوليان فيما بينهما

2- نعتبر المعادلة : (E) .... $5x - 4y = 1$ حيث x و y عددان صحيحان

أ- عين حلا خاصا $(x_0\ ,\ y_0)$ للمعادلة (E) يحقق: $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E)

ب- تحقق أن الثنائية $(A\ ,\ B)$ حل للمعادلة (E)

II) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$: المستويين (P) و (R) اللذين معادلتاهما على الترتيب : $(P): 2x - y - z + 1 = 0$ ، $(R): x - 2y + 2z - 3 = 0$

1- بين أن المستويين (P) و (R) يتقطعان وفق مستقيم (d).

2- بين أن إحداثيات نقط المستقيم (R) تحقق المعادلة (E) .

ثم استنتج (γ) مجموعة نقط المستقيم (d) ، التي إحداثياتها أعداد صحيحة .

التمرين الثاني :(4,5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{U},\vec{V}\right)$ ، L العدد المركب المعرف بـ : $L = \frac{\alpha+\beta i}{3+5i}$

حيث α و β عددان حقيقيان

1 عين α و β بحيث يكون: $|L| = 1$ و $\arg(L) = \frac{\pi}{4}$

2) نضع : $\alpha = -\sqrt{2}$ و $\beta = 4\sqrt{2}$

أ/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا

ب/ بين أن: $L^{2016} = 1$ ثم احسب $\left(-\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i\right)^{2016} - (3 + 5i)^{2016}$

3) النقطتان A وB لاحقتاهما على الترتيب :

$$Z_A = -\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i \quad ، \quad Z_B = 3 + 5i$$

أ/ عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B إلى A

ب/ استنتج طبيعة المثلث OBA

جـ/ بين أن: $AB = \sqrt{34\left(2 - \sqrt{2}\right)}$

4) لتكن النقطة G منتصف $[AB]$ و M نقطة كيفية من المستوي المركب

أ بين أن : $MA^2 + MB^2 = 2MG^2 + 17\left(2 - \sqrt{2}\right)$

ب عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + MB^2 = 42 - 17\sqrt{2}$

التمرين الثالث:(4,5 نقطة)

(U_n)متتالية عددية معرفة كمايلي: $U_1 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)}U_n$

1 **أ/** احسب U_2 و U_3

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

2 نعتبر المتتالية العددية (V_n)المعرفة كمايلي :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n2^nU_n$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1

ب/ أكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n)

3 **أ/** احسب بدلالة المجموع S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots + V_n$

ب/ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \cdots\cdots \times (nU_n)$

التمرين الرابع(07 نقطة)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1 بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا ، **ثم احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها

3 **أحسب** $g(0)$ **ثم استنتج** حسب قيم العدد الحقيقي x **إشارة** $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = xe^x - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

.1 احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

.2 أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

.3 1- بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

2- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

.4 **أ/** بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثياها

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ج/ احسب $f(1)$ و $f(2)$ ثم انشئ (Δ) و المماس (T)و المنحنى (C_f)

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $xe^x = m$

.5 a/ بين أن : $x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

b/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

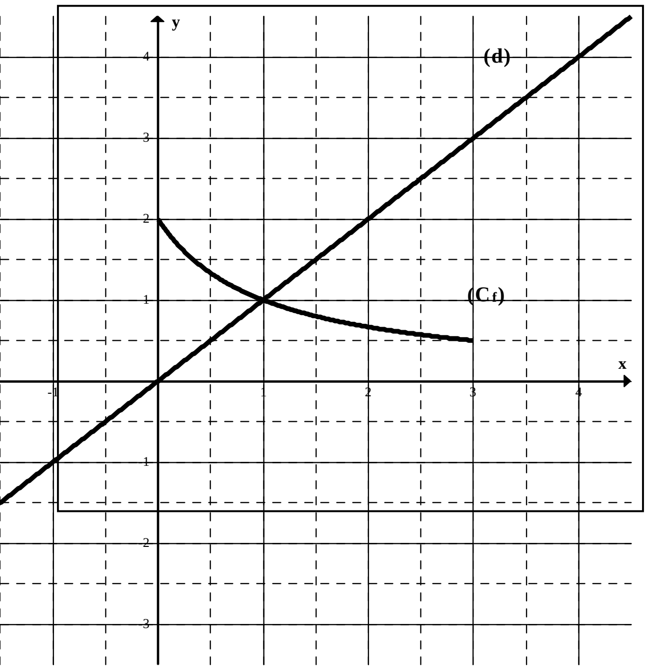
$x = 0$ و $x = -1$

الموضـوع الثاني

التمرين الأول: (4,5 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على المجال $[0 , 3]$ بـ:

$f(x) = \frac{2}{x+1}$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$



1 (U_n) متتالية عددية **معرفة** بحدها الأول : $U_0 = 3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$

أ/ مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2، U_3، U_4، U_5 **و** U_6 **على حامل محور الفواصل** دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل (**وذلك** في الوثيقة المرفقة)

ب/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

جـ/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) و المتتالية (U_{2n+1})

2 برهن **بالتراجع** أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$

(V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

أ بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ وعين حدّها الأول

ب أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n

جـ احسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$ وماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني:(4,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z الآتية : $(Z - 4 - 2i)(Z^2 - 2Z + 2) = 0$

2) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{U}, \vec{V})$ نعتبر النقط A ،B و C التي لواحقها :

$Z_A = 1 + i$ ، $Z_B = 4 + 2i$ و $Z_C = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}i$ على الترتيب

1. بين أن : $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B} = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$

2. استنتج طبيعة المثلث BAC ثم احسب مساحته

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ/ عين الكتابة المركبة للتشابه S

ب/ عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

جـ/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD، ثم استنتج مساحة المثلث BCD

4) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD} = 0$

أ/ عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة

ب/ تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثالث :(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(-3,3,2)$، $B(-2,1,0)$ $E(0,0,2)$

و $F(0,3,-1)$ و (p) المستوي الذي $2x+2y-z+2=0$ ، معادلة ديكارتية له

و (Q) المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=\alpha+\beta \\ y=4\alpha-2\beta+1 \\ z=\alpha-2\beta-2 \end{cases}$ (Q) حيث α و β عددان حقيقيان

1 أ/ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

ج/ تحقق أن المستويين (p) و (Q) متعامدان ويتقاطعان وفق المستقيم (AB)

2 أ/ عين المركز C ونصف القطر r لسطح الكرة (S) الذي يمس كل من المستويين (p) و (Q) في النقطتين E و F على الترتيب

ب استنتج بعد النقطة C عن كل من المستويين (p) و (Q)

3 a/ تحقق أن المثلث ABC قائم في النقطة B ثم احسب مساحته

b/ بين أن $\overrightarrow{EF}$ عمودي على المستوي (ABC)

c/ احسب حجمي رباعيي الوجوه ABCE و ABCF

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\frac{1}{x}-2lnx$

1 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة

2 ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0,+\infty[$

3 احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\frac{1}{x}-2-(lnx)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ/ اثبت ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(lnx)^2}{x}=0$ (مساعدة : نضع $t=\sqrt{x}$)

ب/ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2. 1 تحقق ان : $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج

3. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=g(x)\times\frac{1}{x}$

4. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

5. ارسم المنحنى (C_f)

6. أ/ اثبت أن: $x\mapsto xlnx-x$ ، هي دالة أصلية للدالة : $x\mapsto lnx$ على المجال $]0,+\infty[$

ب/ باستعمال المكاملة بالتجزئة تحقق أن : $\int_1^e(lnx)^2\,dx=e-2$

ج/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x=e$ و $x=1$