الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان تجريبي شهادة بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقطة $A(-1;2;3)$ والمستقيم (Δ) الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=9+4t \\ y=6+t;t\in\mathbb{R} \\ z=2+2t \end{cases}$.

1 – أ)– أوجد معادلة ديكارتية للمستوي (P) العمودي على (Δ) والمار من A .

ب) – تحقق من أن النقطة $B(-3;3;-4)$ تنتمي إلى (Δ) .

جـ)– أحسب المسافة d_B بعد النقطة B عن المستوي (P) .

2– عبر عن المسافة d بين A والمستقيم (Δ) بدلالة d_B والمسافة AB ثم استنتج قيمة d .

3– لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) . عبر عن AM^2 بدلالة t ثم أوجد قيمة d بطريقة ثانية.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\sqrt{4u_n} \end{cases}$

1- احسب u_2, u_1

2- ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 \prec u_n \prec 4$

ب) بين أن (u_n) متزايدة , مادا تستنتج ؟

3.نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n=\ln(u_n)-\ln 4$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية

ب) أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{\to} u_n$

2) 4- احسب بدلالة n كلا من :و $S_n=v_0+v_1+.....v_n$ و $P_n=u_0\times u_1\times.....u_n$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود $P(z)$ ذو المتغير المركب z حيث :

$$P(z)=z^3+2(\sqrt{2}-1)z^2+4(1-\sqrt{2})z-8$$

1) أحسب $P(2)$ ثم أوجد تحليلا لـ $P(z)$.

2) حل في C المعادلة $P(z)=0$ ، نسمي z_1 و z_2 الحلين المختلفين عن 2 حيث z_1 جزؤه التخيلي موجب

3) أ/ تحقق أن : $z_1+z_2=-2\sqrt{2}$ ثم أكتب كل من z_1 و z_2 على الشكل الأسي .

---

4) في المستوي المركب المباشر المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة $2cm$)
نعتبر النقط : A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب : 2 ، z_1 و z_2 ولتكن I منتصف $[AB]$

أ)ـ علم النقط A ، B ، C و I .

ب)ـ ما طبيعة المثلث OAB واستنتج قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{OI})$.

جـ)ـ احسب z_I لاحقة I ثم اكتب z_I على الشكل الأسي .

د)ـ باستعمال النتائج السابقة أوجد القيم المضبوطة لكل من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$.

التمرين الرابع : (07نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$ و (c) تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس

1. ا/ أتبث أنه من أجل كل عدد حقيقي x , $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (D)

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x , $f(x)=-x+\ln(2+e^{2x})$

ب/ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y=-x+\ln 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (D')

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4. ارسم (D) و (D') و (C)

5. نضع : $I=\int_2^3[f(x)-x]\,dx$

1- فسر هندسيا العدد I

2- بين أنه من اجل كل x من $[0,+\infty[$, $\ln(1+x)\le x$

3- أستنتج أن $0\le I\le\int_2^3 2e^{-2x}dx$ واعط حصرا للعدد I سعته 0.02

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$

1) بين أنه إذا كان $x\succ 1$ فإن $f(x)\succ 1$.

2) نعرف المتتالية (u_n) بـ : $u_0=2$ ومن أجل كل n من $\square$: $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ/ برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n\succ 1$.

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

جـ/ استنتج أن (u_n) متقاربة واستنتج نهايتها l .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n=\ln(\frac{u_n-1}{u_n})$ حيث ln يرمز إلى اللوغاريتم النيبري.

أ/ أثبت أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب/ أكتب v_n بدلالة n واستنتج أن : $u_n=\frac{1}{1-(\frac{1}{2})^{2^n}}$.

4) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+.....+v_n$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة : (E) ..... $z^3+2z^2-16=0$.

1) أثبت أن العدد 2 حل للمعادلة (E) ،ثم بين أنه يمكن كتابة (E) على الشكل $(z-2)(az^2+bz+c)=0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب حسابها .

2) استنتج حلول المعادلة (E) ثم اكتبها على الشكل الأسي .

II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة $1cm$.

1) انشئ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-2-2i$ ، $z_B=2$ و $z_C=-2+2i$.

2) احسب z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .أنشئ النقطة D.

3) لتكن E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ ولتكن F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ/ أحسب z_E و z_F لاحقتي E و F .

ب/ أنشئ النقطتين E و F .

جـ/ تحقق من أن : $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط: $A(0;4;1)$ ، $B(1;3;0)$ ، $C(2;-1;-2)$ و $D(7;-1;4)$.

1) أثبت أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2) ليكن المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D وشعاع توجيهه $\vec{u}(2;-1;3)$.

أ/ بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) .

ب/ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

جـ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

د/ أوجد إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) .

3) نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-4y+10z+14=0$.

أ/ أثبت أن (S) كرة مركزها $\Omega(1;2;-5)$ ونصف قطرها $R=4$.

ب/ تحقق أن Ω تنتمي إلى (Δ).

جـ/ برهن أن المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (c) يطلب إيجاد إحداثيات مركزها ω ونصف قطرها r .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x)=e^x+2-x$.

• 1 أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف .

• 2 ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

• 3 استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ ، (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

• 1 بين أنه من أجل كل x من R فإن : $f'(x)=e^{-x}g(x)$ واستنتج اتجاه تغير f .

• 2 احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

• 3 شكل جدول تغيرات الدالة f .

• 4 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في R حلا وحيدا α حيث : $0\prec\alpha\prec\frac{1}{2}$.

• 5 أ/ أثبت أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$.

ب/ أدرس الوضع النسبي لـ(C) و (D) .

• 6 احسب $f(-\frac{1}{2})$ و $f(-1)$ ثم أنشئ (C) و (D) .

III) لتكن الدالة F المعرفة على R بـ : $F(x)=\frac{1}{2}x^2-xe^{-x}$.

• 1 أثبت أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على R.

• 2 نرمز بـ $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين : $x=\alpha$ و $x=1$

احسب $A(\alpha)$.