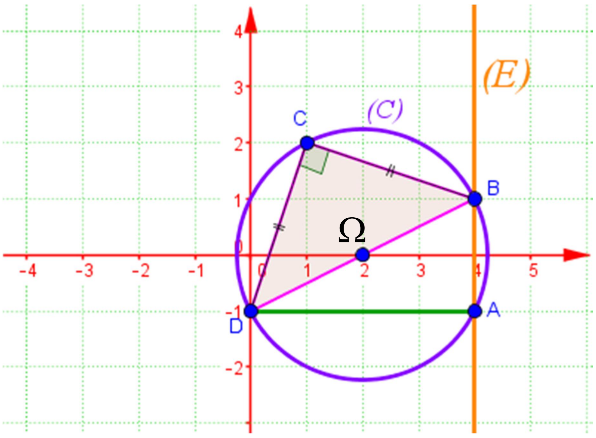
☜ تصحيح الموضوع التجريبي الأول للبكالوريا 2015 – الشعبة : رياضيات

العلامة	التصحيح
	☜ **التمرين الأول :**
	1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-8z+17=0$.
$0.5+2\times0.25$	• **حل المعادلة :** $z^2-8z+17=0$ - حساب المميز Δ : $\Delta=(-8)^2-4(1)\times(17)=-4$ أي $\Delta=(2i)^2$ - المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\dfrac{8-2i}{2}=4-i$ ، $z_2=\dfrac{8+2i}{2}=4+i$ مجموعة الحلول: $S=\{4-i;4+i\}$
	2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر **النقط A,B,D التي لواحقها على الترتيب $a=4-i, b=4+i$ و $d=-i$.** **و ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\omega=2$ و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$** أ) **بين أنَ العبارة المركبة للدوران R من الشكل :** $z'=iz+2-2i$.
0.75	• **تبيان أن العبارة المركبة للدوران R من الشكل :** $z'=iz+2-2i$: - العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'-\omega=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-\omega)$ أي $z'-2=i(z-2)$ ومنه $z'=i(z-2)+2=iz+2-2i$ **إذن** $z'=iz+2-2i$
	ب) **تحقق أنَ لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي** $c=1+2i$
0.25	• **التحقق أن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي** $c=1+2i$: • **لدينا :** $R(B)=C$ يعني $c=i\times b+2-2i=i(4+i)+2-2i=4i-1+2-2i=1+2i$ $c=1+2i$
	ج) بين أنَ : $\dfrac{c-d}{c-b}=-i$ ثم أستنتج طبيعة المثلث BCD.
0.5	• **تبيان أن** $\dfrac{c-d}{c-b}=-i$: - لدينا : $\dfrac{c-d}{c-b}=\dfrac{1+2i-(-i)}{1+2i-(4+i)}=\dfrac{1+3i}{-3+i}=\dfrac{(1+3i)(-3-i)}{(-3+i)(-3-i)}$ ومنه $\dfrac{c-d}{c-b}=\dfrac{-3-i-9i+3}{9+1}=\dfrac{-10i}{10}=-i$

• **استنتاج طبيعة المثلث BCD :** - لدينا : $\left\|\frac{c-d}{c-b}\right\| = \|-i\| = 1$ ولدينا $\arg\left(\frac{c-d}{c-b}\right) = \arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ - يعني $\frac{DC}{BC} = 1$ أي $DC = BC$ و $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DC}\right) = -\frac{\pi}{2}$ أي $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{DC}$ **إذن المثلث BCD قائم في C ومتساوي الساقين**	$0.25 + 0.25$
د) بين أنَ النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها	
• **تبيان أنَ النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة :**  المثلث BCD قائم في C وبالتالي النقط B,C,D تنتمي الى دائرة مركزها منتصف الوتر أي Ω. ولدينا : $\Omega A = \|z_A - z_\Omega\| = \|4-i-2\| = \|2-i\|$ $\Omega A = \sqrt{5}$ إذن : $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = \sqrt{5}$ ومنه النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة **مركزها** $\Omega(2;0)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{5}$.	0.5 0.5
ه) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون ، $\|-i-z\|^2 - \|4-i-z\|^2 = 16$.	
• **تعيين مجموعة النقط (E) من المستوي والتي تحقق : $\|-i-z\|^2 - \|4-i-z\|^2 = 16$:** $\|-i-z\|^2 - \|4-i-z\|^2 = 16$ **يعني** $MD^2 - MA^2 = 16$ ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[DA]$ إذن لدينا : $\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2 - \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2 = 16$ أي $\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{ID}^2 - \overrightarrow{MI}^2 - 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IA}^2 = 16$ ومنه $2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{ID} - 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} = 16$ لأن $\overrightarrow{ID}^2 = \overrightarrow{IA}^2$ (I منتصف القطعة $[DA]$) وبالتالي : $2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IA}\right) = 16$ أي $2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{AD} = 16$ إذن : $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{DA} = 8$ لتكن H المسقط العمودي للنقطة M على (DA) حيث $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{DA} = 8$ أي $IH \times DA = 8$ - ولدينا : $DA = \|z_A - z_D\| = \|4-i+i\| = \|4\| = 4$ وبالتالي $IH = 2$ - **وبالتالي H منطبقة على النقطة A.** إذن $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{DA} = 8$ يعني $\left(\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{HM}\right).\overrightarrow{DA} = 8$ ومنه $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{HM}.\overrightarrow{DA} = 8$ أي $8 + \overrightarrow{HM}.\overrightarrow{DA} = 8$ وبالتالي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DA} = 0$ (لأن $H = A$) أي **المجموعة (E) هي المستقيم العمودي على (DA) و المار من A**	01

	$(E)=(AB)$ ☜ أوبطريقة أخرى : $\lvert -i-z\rvert^2-\lvert 4-i-z\rvert^2=16$ يعني $\lvert -i-x-iy\rvert^2-\lvert 4-i-x-iy\rvert^2=16$ ومنه : $\lvert -x+i(-1-y)\rvert^2-\lvert 4-x+(-1-y)\rvert^2=16$ أي $(-x)^2+(-1-y)^2-(4-x)^2-(-1-y)^2=16$ ومنه $x^2-16+8x-x^2=16$ ومنه : $8x=32$ وبالتالي : $x=4$ المجموعة (E) هي المستقيم ذي المعادلة $x=4$ العمودي على $(x'x)$ والمار من النقطة A
	☜ **التمرين الثاني :**
	في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $I(3,-1,0),A(2,1,1)$ **و (P) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق،** $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$
	1) أ) بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (P) .
0.5	• **تبيان أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (P) :** - **لدينا :** $AA^2-\overrightarrow{AA}.\overrightarrow{AI}=0$ ومنه $A\in(P)$
	ب) بين أن المجموعة (P) هي مستو $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له.
0.5	• **تبيان أن المجموعة (P) هي مستو $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له:** - **لدينا :** $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$ يعني $\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$ **ومنه** $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MI})=0$ أي $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{IM})=0$ **وبالتالي** $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{IA}=0$ أي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI}=0$ **المجموعة (P) هي مستو $\overrightarrow{IA}$ شعاع ناظمي له و يمر من النقطة A** - **تعيين معادلة ديكارتية للمستوى (P):** لدينا : $\overrightarrow{AI}(1;-2;-1)$ معادلة (P) **من الشكل** $x-2y-z+d=0$ - **تعيين قيمة d** : نعوض بإحداثيات النقطة A **نجد :** $2-2(1)-1+d=0$ **ومنه** $d=1$ **أي معادلة (P) هي** $x-2y-z+1=0$

2) لتكن (S) سطح كرة مركزها النقطة I وتمر من النقطة A. ▪ **تحقق أن نصف قطر سطح الكرة (S) هو $R=\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S)**	
• **التحقق أن نصف قطر (S) هو $R=\sqrt{6}$:** - لدينا : $R=AI=\sqrt{(1)^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$. - **تعيين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S):** $(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=6$	0.5 0.5
3) ليكن (P') المستوي ذي المعادلة $2x-y+z-4=0$. **أ) بين أن (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها r.**	
• **تبيان أن (P') قطع (S) وفق دائرة (C):** - لدينا : $d(I,(P'))=\frac{\lvert 2(3)-(-1)+0-4\rvert}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(1)^2}}=\frac{\lvert 3\rvert}{\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$ أي لدينا : $d(I,(P'))<R$ ومنه (P') قطع (S) وفق دائرة (C)	0.25
• **تعيين مركز الدائرة (C) ونصف قطرها :** - **تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) المار من I مركز سطح الكرة (S) و العمودي على (P'):** $(\Delta):\begin{cases}x=2t+3\\ y=-t-1;(t\in\mathbb{R})\\ z=t\end{cases}$ - **تعيين H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P'):** نحل لجملة : $\begin{cases}x=2t+3\\ y=-t-1\\ z=t\\ 2x-y+z-4=0\end{cases}$ إذن : $2(2t+3)-(-t-1)+t-4=0$ ومنه $6t+3=0$	0.75

وبالتالي $t=-\frac{1}{2}$ و بالتالي $\begin{cases} x=2 \\ y=-\frac{1}{2} \\ z=-\frac{1}{2} \end{cases}$ أي $H\left(2;-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$

حساب نصف قطر دائرة التقاطع (C): $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(P')\right)}=\sqrt{6-\frac{6}{4}}$ $r=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ نقطة من الفضاء تحقق من أن القطعة $[AB]$ أحد أقطار الدائرة (C)

0.5

- **التحقق من أن القطعة $[AB]$ أحد أقطار الدائرة (C):**
  - لدينا : $AB=\sqrt{(2-2)^2+(-2-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}=2r$

وبالتالي $[AB]$ أحد أقطار الدائرة (C)

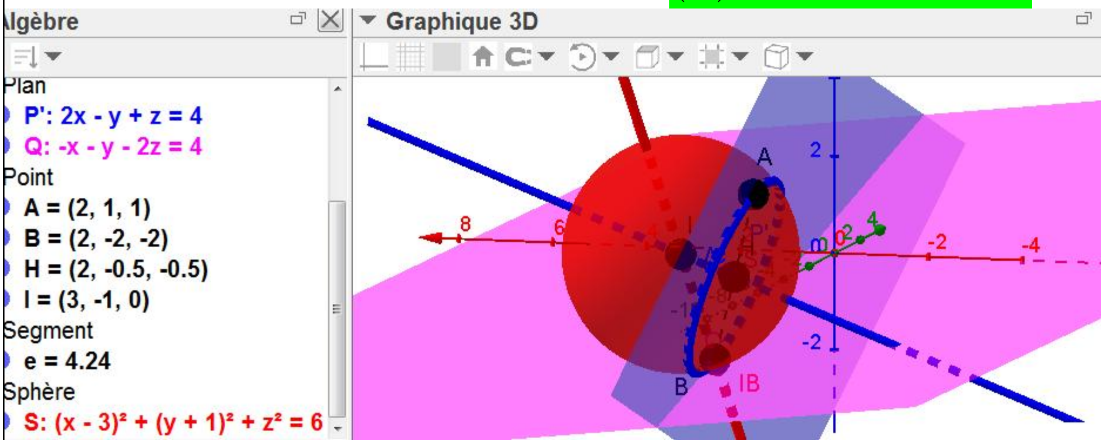
ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B .

0.5

- **كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (Q):**
  - $\overrightarrow{IB}(-1;-1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (Q).
  - معادلة (Q) من الشكل $-x-y-2z+d=0$
  - لتعيين قيمة d نعوض بإحداثيات النقطة B نجد : $-(2)-(-2)-2(-2)+d=0$

أي $d=-4$

إذن : $(Q):-x-y-2z-4=0$



☜ التمرين الثالث :

1) **أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7.**

0.75

- **دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7 :**
  - لدينا :

$5^0\equiv 1[7]$ $5^1\equiv 5[7]$ $5^2\equiv 4[7]$ $5^3\equiv 6[7]$ $5^4\equiv 2[7]$ $5^5\equiv 3[7]$

$5^6\equiv 1[7]$

- بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7 تشكل متتالية دورية دورها $p=6$
- من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

n	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$5^n \equiv ...[7]$	1	5	4	6	2	3

0.75

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1$ قابلا للقسمة على العدد 7

- **تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1\equiv 0[7]$:**

- لدينا : $19\equiv 5[7]$ ومنه $19^{6n+3}\equiv 5^{6n+3}[7]$ أي $19^{6n+3}\equiv 6[7]$
- ولدينا : $5^{6n+4}\equiv 2[7]$
- إذن : $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1\equiv 0[7]$ يكافئ $6-2+4n^2+1\equiv 0[7]$

أي $4n^2+5\equiv 0[7]$

ومنه : $4n^2\equiv -5[7]$ إذن $4n^2\equiv 2[7]$

وبالتالي : $n^2\equiv 4[7]$

$n\equiv ...[7]$	0	1	2	3	4	5	6
$n^2\equiv ...[7]$	0	1	4	2	1	4	1

- ومنه : $n^2\equiv 4[7]$ يعني $n\equiv 2[7]$ أو $n\equiv 5[7]$

أي $n=7\alpha+2$ أو $n=7\alpha+5$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$

01

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1xx0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5. حيث x عدد طبيعي .

أ) عين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35.

- **تعيين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35:**

- لدينا : $N=1\times 5^3+x\times 5^2+x\times 5^1+0\times 5^0=125+30x$ مع $x<5$

وبالتالي N يقبل القسمة على 35 يعني $N\equiv 0[35]$

أي أن $N\equiv 0[7]$ لأن $N\equiv 0[5]$ و 5 أولي مع 7

وبالتالي $N\equiv 0[7]$ يعني $125+30x\equiv 0[7]$

ومنه : $6+2x\equiv 0[7]$

يعني $2x\equiv -6[7]$ أي $2x\equiv 1[7]$

وبالتالي : $x\equiv 4[7]$

أي $x=7k+4$ مع $x<5$ **إذن من أجل $k=0$ نجد $x=4$**

01

ب) أكتب العدد N في النظام العشري .

- **كتابة العدد N في النظام العشري:**

$N=125+30(4)=245$ $N=245$

0.5

☜ التمرين الرابع :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. **1)** أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.	
• حساب نهايتي الدالة f : - $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)\right)=+\infty$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\end{cases}$ - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)\right)=+\infty$ لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\end{cases}$	$0.25+0.25$
2) **بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما** x ، $f'(x)=\frac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ **ثم** **استنتج اتجاه تغير الدالة** f	
• **حساب** $f'(x)$: $f'(x)=1+3\times\frac{\frac{2x(3x)-3(x^2+2)}{(3x)^2}}{\frac{x^2+2}{3x}}=1+3\times\frac{6x^2-3x^2-6}{9x^2}\times\frac{3x}{x^2+2}$ أي $f'(x)=1+\frac{6x^2-3x^2-6}{9x^2}\times\frac{9x}{x^2+2}=1+\frac{3x^2-6}{x(x^2+2)}=\frac{x^3+3x^2+2x-6}{x(x^2+2)}$ وبالتالي : $f'(x)=\frac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x	0.75
• **استنتاج اتجاه تغير الدالة f :** $f'(x)=0$ يعني $\frac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}=0$ ومنه $x-1=0$ أو $x^2+4x+6=0$ (ليس لها حل لأن $\Delta=16-24=-8<0$) مع $x\in]0;+\infty[$ ومنه $x=1$ إشارة $f'(x)$ من إشارة $(x-1)(x^2+4x+6)$ لأن $x(x^2+2)>0$	0.5

x	0		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
x^2+4x+6		$+$		$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

- الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ و متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

0.5

- **جدول تغيرات الدالة f :**

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

01

- **دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$:**

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

- لدينا : $f(x)-y=x+3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)-x=3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)$

- $f(x)-y=0$ يعني $3\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=0$

ومنه $\ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)=0$ أي $\frac{x^2+2}{3x}=1$

- وبالتالي $x^2+2=3x$

إذن : $x^2-3x+2=0$

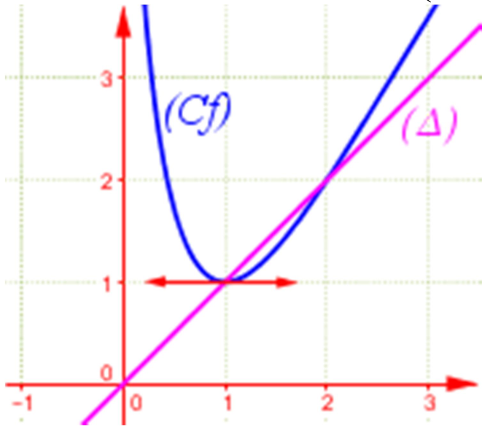
- حساب المميز : $\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=9-8=1$

المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : $x_1=\frac{3-1}{2}=1$ ، $x_1=\frac{3+1}{2}=2$

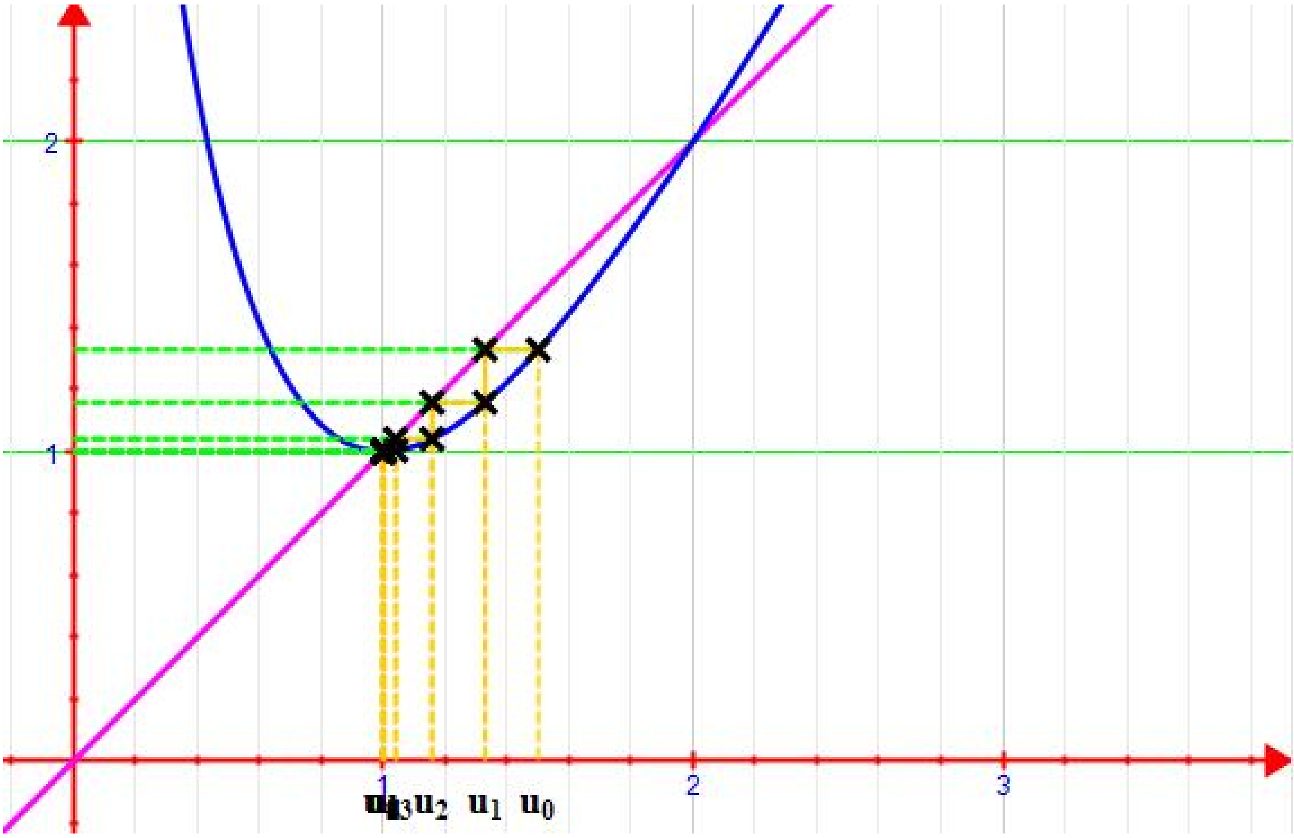
x	0		1		2		$+\infty$
$f(x)-y$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
	$\Vert$	(C_f) يقع فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)	

5) أحسب $f(4)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f).

- **حساب $f(4)$:**

0.25 01	- $f(4)=4+3\ln\left(\frac{16+2}{3\times 4}\right)=4+3\ln\frac{18}{12}=5.22$ • الرسم : 
	II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $u_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n، **$u_{n+1}=f(u_n)$.** **1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$.**
0.75	• **البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$:** - نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1- من أجل $n=0$ لدينا : $u_0=\frac{3}{2}$ إذن $1<u_0<2$ ومنه $P(0)$ صحيحة . 2- نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $1<u_n<2$. ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن $1<u_{n+1}<2$ لدينا : $1<u_n<2$ ومنه $f(1)<f(u_n)<f(2)$ لان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]1;2[$ - ومنه $1<u_{n+1}<2$ لان $u_{n+1}=f(u_n)$ ، $f(1)=1$ و $f(2)=2$ أي $P(n+1)$ صحيحة . - حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n. **من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$.**
	2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم استنتج أنها متقاربة .
0.5	• **دراسة رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ أي دراسة تغيرات المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:** - **ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$** لدينا : $u_{n+1}-u_n=u_n+3\ln\left(\frac{u_n^2+2}{3u_n}\right)-u_n=3\ln\left(\frac{u_n^2+2}{3u_n}\right)$ - بما أن $u_n\in]1;2[$ فإن $3\ln\left(\frac{u_n^2+2}{3u_n}\right)<0$ من أجل $x\in]1;2[$ فإن $f(x)-x<0$ **(السؤال (4))**

وبالتالي $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة تماما .	
• استنتاج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة : - المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ محدودة من الأسفل بالعدد 1 وهي متناقصة تماما فهي متقاربة وتتقارب من العدد 1 .	0.5
3) عين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.	
• تعيين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	0.25

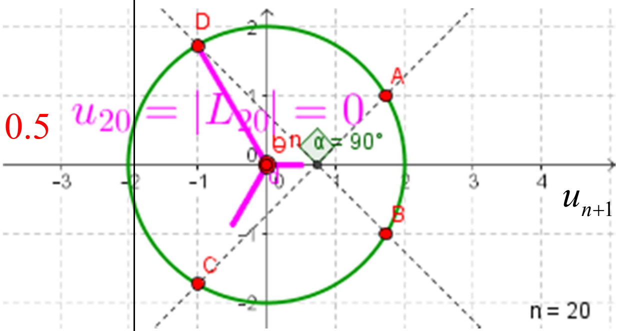


✌ بالتوفيق و النجاح☺ في البكالوريا 2015 ☺

☜ تصحيح الموضوع التجريبي الثاني   الشعبة : رياضيات

التصحيح	العلامة
☜ **التمرين الأول** ☺☺☺	**05 نقاط**
1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.	
▪ **حل المعادلة** $\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$ **:** $\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$ يكافئ $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ أو $z^2+2z+4=0$ ▪ حل المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ حساب المميز : $\Delta=\left(-2\sqrt{3}\right)^2-4(1)(4)=12-16=-4=(2i)^2$ المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\dfrac{2\sqrt{3}-2i}{2}=\sqrt{3}-i$, $z_2=\overline{z_1}=\sqrt{3}+\mathrm{i}$	0.5
▪ **حل المعادلة** $z^2+2z+4=0$ حساب المميز : $\Delta=(2)^2-4(1)(4)=4-16=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$ المعادلة تقبل حلين هما : $z'=\dfrac{-2-2i\sqrt{3}}{2}=-1-i\sqrt{3}$, $z''=\overline{z'}=-1+i\sqrt{3}$	0.5
▪ **مجموعة حلول المعادلة** $\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$ **:** $S=\left\{\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;-1-i\sqrt{3};-1+i\sqrt{3}\right\}$	
2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ **نعتبر النقط** A,B,C **و** D **التي لواحقها على الترتيب** $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-1-\mathrm{i}\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$. **أ) أكتب الأعداد المركبة** z_A,z_B,z_C **و** z_D **على الشكل الأسي**	
▪ **كتابة الأعداد** z_A,z_B,z_C **و** z_D **على الشكل الأسي:** ▪ لدينا : $z_A=\sqrt{3}+i$ ▪ حساب الطويلة : $\lvert z_A\rvert=\lvert\sqrt{3}+i\rvert=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$ ▪ تعيين عمدة للعدد z_A : نضع $\theta=\arg\left(z_A\right)$ لدينا : $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta\equiv\dfrac{\pi}{6}[2\pi]$ أي $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$	0.5
▪ ولدينا : $z_B=\overline{z_A}=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	
▪ $z_C=-1-i\sqrt{3}$ حساب الطويلة : $\lvert z_C\rvert=\lvert-1-i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{(-1)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=2$	

0.5	تعيين عمدة للعدد z_C : نضع : $\theta' = \arg(z_C)$ لدينا : $\begin{cases} \cos\theta' = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta' = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ومنه $\theta \equiv \frac{4\pi}{3}[2\pi]$ إذن $z_C = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$
	▪ ولدينا : $z_D = \overline{z_C} = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}}$
	ب) بين أن النقط C,B,A وD تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .
0.25	▪ **تبيان أن النقط C,B,A وD تنتمي الى نفس الدائرة (C) :** ▪ لدينا : $\lvert z_A\rvert = \lvert z_B\rvert = \lvert z_C\rvert = \lvert z_D\rvert = 2$ أي $OA = OB = OC = OD = 2$ **ومنه النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز O و نصف قطرها $r = 2$**
	ج) بين أنّ : $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ثم عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$.
0.5	▪ **تبيان أن $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ثم تعيين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$:** ▪ **لدينا:** $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = \frac{-1 + i\sqrt{3} - \sqrt{3} + i}{\sqrt{3} + i + 1 + i\sqrt{3}} = \frac{-1 - \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = \frac{i^2(1+\sqrt{3}) + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}$ أي $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = \frac{i\left(i(1+\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})\right)}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = i \times \frac{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})} = i$ إذن $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ▪ **تعيين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD})$:** $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$
	▪ **ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و(BD)؟**
0.25	▪ **الاستنتاج بالنسبة للمستقيمين (AC) و(BD):** $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{2}$ يعني $(AC) \perp (BD)$
	3) نعتبر العدد المركب z_n الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2n\pi}{3}$ عمدة له ، حيث n عدد طبيعي . **ونعرف العدد المركب L_n بـ : $L_n = z_D \times z_n$.** **أ) أكتب كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري .**
	▪ **كتابة كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري :** لدينا : $L_0 = z_D \times z_0 = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} \times \frac{1}{2^0} \times e^{i\frac{2\times 0\times\pi}{3}} = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} = -1 + i\sqrt{3}$

$L_1 = z_D \times z_1 = 2e^{-i\frac{4\pi}{3}} \times \frac{1}{2^1} \times e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2\times\frac{1}{2}\times e^{-i\frac{4\pi}{3}+i\frac{2\pi}{3}} = e^{-i\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ إذن $L_0 = -1 + i\sqrt{3}$ $L_1 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$	0.5
ب) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_n = \|L_n\|$ من أجل كل عدد طبيعي n. ▪ بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . ▪ لتكن النقط $M_0, M_1, ..., M_n$ صور الأعداد المركبة $L_0, L_1, ..., L_n$ على الترتيب . أحسب بدلالة n المجموع ، $S_n = \left\Vert\overrightarrow{OM_0}\right\Vert + \left\Vert\overrightarrow{OM_1}\right\Vert + ... + \left\Vert\overrightarrow{OM_n}\right\Vert$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$	
▪ تبيان أن المتتالية (u_n) هندسية : ▪ لدينا : $u_n = \|L_n\| = \|z_D \times z_n\| = \|z_D\| \times \|z_n\| = 2 \times \frac{1}{2^n}$ ▪ إذن : $u_{n+1} = 2\times\frac{1}{2^{n+1}} = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2}\left(2\times\frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}u_n$ ▪ أي $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ ومنه (u_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0 = \|L_0\| = \|-1+i\sqrt{3}\| = 2$	 0.5
▪ حساب المجموع $S_n = \left\Vert\overrightarrow{OM_0}\right\Vert + \left\Vert\overrightarrow{OM_1}\right\Vert + ... + \left\Vert\overrightarrow{OM_n}\right\Vert$: ▪ لدينا : $S_n = \left\Vert\overrightarrow{OM_0}\right\Vert + \left\Vert\overrightarrow{OM_1}\right\Vert + ... + \left\Vert\overrightarrow{OM_n}\right\Vert = u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \times \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$ $S_n = 2\times\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 4\times\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = 4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $S_n = 4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ▪ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] = 4$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$	0.5 0.25
☜ **التمرين الثاني** ☺☺☺	**04 نقاط**
الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;3), B(0;1;4), C(-1;-3;2)$ و $D(4;-2;5)$ والشعاع $\vec{n} = 2\vec{i} + a\vec{j} + b\vec{k}$ حيث b,a عددان حقيقيان . 1. أ) بين أن النقط A, B, C تعين مستويا (ABC) .	
▪ تبيان أن النقط A, B, C تعين مستويا : ▪ لدينا : $\overrightarrow{AB}(-1;-1;1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;-5;-1)$	$0.25 + 0.25$

0.25	لدينا : $\frac{-2}{-1} \neq \frac{-5}{-1} \neq \frac{-1}{1}$ إذن :لا يوجد عدد حقيقي k بحيث يكون $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ ، ومنه النقط C,B,A ليست في استقامية فهي تعين مستويا.
	ب)عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
0.5	▪ **تعيين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC):** ▪ لدينا : $\vec{n}(2;a;b)$ ناظميا للمستوي (ABC) يكافئ $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}2\times(-1)-a+b=0\\ 2(-2)-5a-b=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}-a+b-2=0...(1)\\ -5a-b-4=0...(2)\end{cases}$ ▪ بالجمع نجد : $-a+b-2-5a-b-4=0$ ومنه $-6a=6$ أي $a=-1$ ▪ من أجل $a=-1$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد : $b=1$ أي $\vec{n}(2;-1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)
0.5	▪ **تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC):** ▪ معادلة (ABC) من الشكل $2x-y+z+d=0$ ▪ تعيين قيمة d نعوض بإحداثيات النقطة $A(1;2;3)$ نجد : $2(1)-2+3+d=0$ ومنه $d=-3$ معادلة للمستوي (ABC): $2x-y+z-3=0$
	.2 ليكن المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-1+t;\quad(t\in\mathbb{R})\\ z=4-t\end{cases}$ **أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).**
0.25	▪ **تبيان أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ):** ▪ **من أجل** $(x;y;z)=(4;-2;5)$ بالتعويض في الجملة السابقة نجد: $\begin{cases}4=2-2t\\ -2=-1+t\\ 5=4-t\end{cases}$ **ومنه** $\begin{cases}2t=-2\\ t=-1\\ t=-1\end{cases}$ أي $\begin{cases}t=-1\\ t=-1\\ t=-1\end{cases}$ ومنه $D\in(\Delta)$

■ تبيان أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC): ■ لدينا : $\vec{n}(2;-1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ■ ولدينا : $\vec{u}(-2;1;-1)$ شعاع توجيه (Δ) ■ نلاحظ أن : $\vec{n}=-\vec{u}$ ومنه $\vec{n}\parallel\vec{u}$ أي $(\Delta)\perp(ABC)$	0.25
ب) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC):	
■ تعيين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC): ■ إحداثيات النقطة H هي حل للجملة : $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \\ 2x-y+z-3=0 \end{cases}$ ■ أي $2(2-2t)-(-1+t)+(4-t)-3=0$ ومنه $-6t+6=0$ وبالتالي $t=1$ إذن: $H(0;0;3)$	0.5
ج) أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).	
■ حساب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC): ■ **لدينا :** $d(D,(ABC))=DH=\sqrt{(-4)^2+(2)^2+(3-5)^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ■ **أو بطريقة أخرى :** $d(D,(ABC))=\frac{\lvert 2(4)-(-2)+5-3\rvert}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(1)^2}}=\frac{\lvert 12\rvert}{\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{6}}{6}=2\sqrt{6}$ $d(D,(ABC))=2\sqrt{6}$	0.5
د) بين أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC.	
■ **تبيان أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC:** ■ **H هي مركز ثقل المثلث ABC يعني** $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ لدينا : $\overrightarrow{HA}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-1\\-3\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ **ومنه النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC**	0.25
3) أدرس تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$.	
■ دراسة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$: ■ لدينا معادلة للمستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي $z=0$ ومنه شعاع ناظمي له هو $\vec{k}(0;0;1)$ ■ ولدينا شعاع توجيه للمستقيم (Δ) هو $\vec{u}(-2;1;-1)$. ■ إذن : $\vec{k}.\vec{u}=0\times(-2)+0\times1+1\times(-1)=-1\neq0$ ومنه (Δ) لا يوازي $(O,\vec{i},\vec{j})$ ■ أي (Δ) يقطع $(O,\vec{i},\vec{j})$ في نقطة F .	0.25

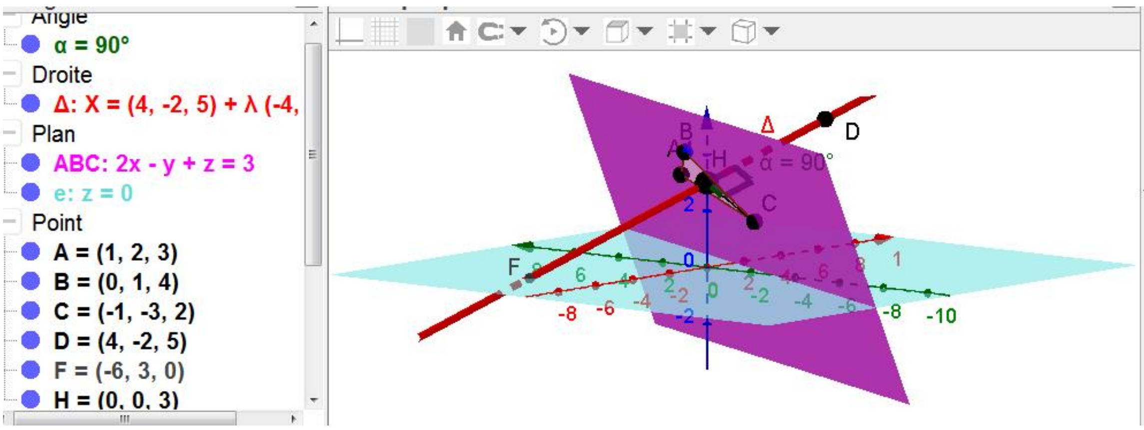
▪ إحداثيات النقطة F هي حل للجملة : $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \\ z=0 \end{cases}$

أي $4-t=0$ ومنه $t=4$

▪ من أجل $t=4$ بالتعويض في جملة التمثيل الوسيطي لـ (Δ) نجد :

$\begin{cases} x=-6 \\ y=3 \\ z=0 \end{cases}$ ومنه $F(-6;3;0)$

0.25



☜ التمرين الثالث ☹☺☺☹

04نقاط

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.

▪ **دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5:**

▪ لدينا :

$2^0 \equiv 1[5]$ $\quad 2^1 \equiv 2[5]$ $\quad 2^2 \equiv 4[5]$ $\quad 2^3 \equiv 3[5]$ $\quad 2^4 \equiv 1[5]$

إذن بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5 تشكل متتالية دورية دورها $p=4$.

من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
باقي قسمة العدد 2^n على 5	1	2	4	3

$0.5+0.5$

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على العدد 5 حيث n عدد طبيعي.

▪ **تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على 5:**

▪ لدينا : $2017^{4n+3} \equiv 2^{4n+3}[5]$ أي $2017^{4n+3} \equiv 3[5]$

▪ ولدينا : $2016^{8n} \equiv 1^{8n}[5]$ أي $2016^{8n} \equiv 1[5]$

▪ و $2014^{2n+1} \equiv 4^{2n+1}[5]$ أي $2014^{2n+1} \equiv \left(2^2\right)^{2n+1}[5]$ ومنه $2014^{2n+1} \equiv 2^{4n+2}[5]$

وبالتالي $2014^{2n+1} \equiv 4[5]$

▪ إذن $2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1} \equiv 3-2\times 1+4[5]$

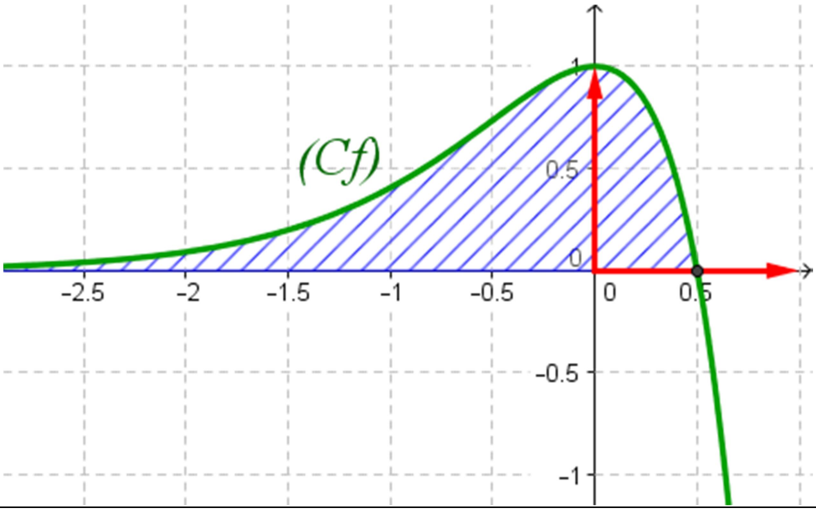
ومنه $2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1} \equiv 0[5]$

0.75

أي باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على 5 هو 0	
3) بين أن العدد 131 أولي .	
▪ تبيان أن العدد 131 أولي : لدينا : $\sqrt{131}=11.45$ ▪ العدد 131 لا يقبل القسمة على أي عدد من الاعداد الأولية الأصغر من أوتساوي 11 وهي $\{2;3;5;7;11\}$ $131\equiv 10[11],131\equiv 5[7],131\equiv 1[5],131\equiv 2[3],131\equiv 1[2]$ ومنه العدد 131 أولي .	0.5
4) عين الأعداد الطبيعة n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ ab=5m\end{cases}$ حيث ، $d=PGCD(a,b)$ و $m=PPCM(a,b)$.	
▪ تعيين الأعداد n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ ab=5m\end{cases}$ ▪ لدينا $ab=5m$ ولدينا $ab=md$ ومنه $d=5$ ▪ نضع : $a=5a'$ و $b=5b'$ مع $a'\wedge b'=1$ (a' أولي مع b') ▪ إذن $ab=5m$ يعني $5a'\times 5b'=5m$ أي $m=5a'b'$ وبالتالي : $3m+7d=2^n-48$ معناه $3\times 5a'b'+7\times 5=2^n-48$ أي $5(3a'b'+7)=2^n-48$ $3a'b'+7$ طبيعي يعني $2^n-48\equiv 0[5]$ ومنه $2^n-3\equiv 0[5]$ أي $2^n\equiv 3[5]$ وبالتالي : $n=4k+3$ مع $k\in\mathbb{N}$	0.75
5) عين قيم n بحيث يكون ، $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $(a;b)$.	
▪ تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون ، $7<n<15$: ▪ لدينا : $7<n<15$ معناه $7<4k+3<15$ أي $4<4k<12$ ▪ وبالتالي : $1<k<3$ إذن $k=2$ ومنه $n=11$	0.5
▪ استنتاج الثنائيات $(a;b)$: ▪ من أجل $n=11$ لدينا : $5(3a'b'+7)=2^{11}-48$ ومنه $5(3a'b'+7)=2000$ أي $3a'b'+7=400$ ومنه $a'b'=131$ وبالتالي مجموعة الثنائيات $(a';b')$ $\{(131;1),(1;131)\}$ ومنه مجموعة الثنائيات $(a;b)$ $\{(655;5),(5;655)\}$	0.5
التمرين الرابع	**(07 نقاط)**
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1-2x)e^{2x}$ **نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** **$(O,\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)**	

<table>
<tr><td></td><td>I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.</td></tr>
<tr><td>$0.25+0.25$</td><td>▪ حساب النهايات عند $-\infty$ وعند $+\infty$:
▪ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-2x)e^{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-2xe^{2x}\right)=0$ لان
$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x}=0,\ \lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x}=0$
▪ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(1-2x)e^{2x}=-\infty$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}=+\infty,\ \lim\limits_{x\to+\infty}(1-2x)=-\infty$</td></tr>
<tr><td></td><td>2) أحسب عبارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>▪ حساب المشتقة :
▪ $f'(x)=-2e^{2x}+(1-2x)\times 2e^{2x}=(-2+2-4x)e^{2x}=-4xe^{2x}$
$f'(x)=-4xe^{2x}$ من أجل كل عدد حقيقي x</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>▪ استنتاج اتجاه تغير الدالة f:
▪ جدول اشارة المشتقة :
شارة $f'(x)$ من اشارة
$-x$
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$-x$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr></table>
▪ الدالة f متزايدة على المجال $]-\infty;0]$ ومتناقصة على المجال $[0;+\infty[$.</td></tr>
<tr><td></td><td>3) شكل جدول تغيرات الدالة f.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>▪ جدول تغيرات الدالة f :
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0 ↗ 1 ↘ $-\infty$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td></td><td>4) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>▪ حل المعادلة $f(x)=0$:
▪ $f(x)=0$ يكافئ $(1-2x)e^{2x}=0$
يكافئ $1-2x=0$ لان $e^{2x}\neq 0$
يكافئ $x=\dfrac{1}{2}$
▪ استنتاج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:
$(C_f)\cap(x'x)=\left\{\left(\dfrac{1}{2};0\right)\right\}$</td></tr>
<tr><td></td><td>5) أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C_f).</td></tr>
<tr><td></td><td>▪ حساب $f(1)$:
▪ $f(1)=(1-2(1))e^{2\times 1}=-e^2=-7.39$</td></tr>
</table>

▪ **الرسم :**



$0.25+0.5$

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): f(x)=f(m)$

▪ **مناقشة حلول المعادلة $(E): f(x)=f(m)$:**

▪ حلول المعادلة $f(x)=f(m)$ بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=f(m)$ الموازي لحامل محور الفواصل $(x'x)$.

تغير قيم $f(m)$ حسب قيم m

m	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(m)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

▪ **المناقشة :**

▪ إذا كان $f(m)\in]-\infty;0[$ أي $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة تقبل حلا موجبا تماما.

▪ إذا كان $f(m)=0$ أي $m=\frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حلا موجبا $x=\frac{1}{2}$.

▪ إذا كان $f(m)\in]0;1[$ أي $m\in]-\infty;0[\cup\left]0;\frac{1}{2}\right[$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الاشارة.

▪ إذا كان $f(m)=1$ أي $m=0$ المعادلة تقبل حلا معدوما مضاعفا.

01

7) أ) **عين العددين الحقيقيين b,a بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ : $F(x)=(ax+b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.**

▪ **تعيين العددين الحقيقيين b,a:**

- F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ يعني $F'(x)=f(x)$

أي $ae^{2x}+(ax+b)\times 2e^{2x}=(1-2x)e^{2x}$ ومنه $(2ax+a+2b)e^{2x}=(1-2x)e^{2x}$

بالمطابقة نجد $\begin{cases}2a=-2\\a+2b=1\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$

أي $F(x)=(-x+1)e^{2x}$

0.5

	ب) أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=\frac{1}{2}, y=0$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$.
0.5	▪ حساب $S(\lambda)$: f دالة مستمرة وموجبة على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ وبالتالي : $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\left[F(x)\right]_{\lambda}^{\frac{1}{2}}=\left[(-x+1)e^{2x}\right]_{\lambda}^{\frac{1}{2}}=\left(-\frac{1}{2}+1\right)e-(-\lambda+1)e^{2\lambda}$ أي $S(\lambda)=\left(\frac{1}{2}e+\lambda e^{2\lambda}-e^{2\lambda}\right)\times us=\left(\frac{1}{2}e+\lambda e^{2\lambda}-e^{2\lambda}\right)\times 4cm^2$ ومنه $S(\lambda)=\left(2e+4\lambda e^{2\lambda}-4e^{2\lambda}\right)cm^2$
0.25	▪ حساب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$: $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)=\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\left(2e+4\lambda e^{2\lambda}-4e^{2\lambda}\right)=(2e)cm^2$ لان $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} 4\lambda e^{2\lambda}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2\lambda}=0$
	II. نسمي $f'=f^{(1)}, f''=f^{(2)}, f'''=f^{(3)},\dots,f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f. 1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$.
0.75	▪ البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$ - نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1) من أجل $n=1$ لدينا : $f^{(1)}(x)=2^1(1-1-2x)e^{2x}=-4xe^{2x}=f'(x)$ ومنه $P(1)$ صحيحة . 2) نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$ ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن $f^{(n+1)}(x)=2^{n+1}(1-(n+1)-2x)e^{2x}=2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}$ - لدينا : $f^{(n+1)}(x)=\left(f^{(n)}(x)\right)'=2^n\times\left[-2e^{2x}+(1-n-2x)\times 2e^{2x}\right]$ ومنه $f^{(n+1)}(x)=2^n(-2+2-2n-4x)e^{2x}=2^n\times 2(-n-2x)e^{2x}$ أي : $f^{(n+1)}(x)=2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة. 3) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم.
	2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحني $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n;y_n)$. أ) أحسب بدلالة n كلا من x_n و y_n .

▪ حساب x_n و y_n بدلالة n: - $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ يقبل مماسا يوازي $(x'x)$ يعني $f^{(n+1)}(x)=0$ أي $2^{n+1}(-n-2x)e^{2x}=0$ ومنه $-n-2x=0$ وبالتالي $x=-\frac{1}{2}n$ أي $x_n=-\frac{1}{2}n$ من أجل $x=-\frac{1}{2}n$ لدينا : $y_n=f^{(n)}\left(-\frac{1}{2}n\right)=2^n\left(1-n-2\left(-\frac{1}{2}n\right)\right)e^{2\left(-\frac{1}{2}n\right)}=2^n e^{-n}=\left(2e^{-1}\right)^n$ أي $y_n=\left(2e^{-1}\right)^n$	$0.25+0.25$
ب) بين أن المتتالية (x_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.	
▪ تبيان أن (x_n) متتالية حسابية : - لدينا : $x_{n+1}-x_n=-\frac{1}{2}(n+1)-\left(-\frac{1}{2}n\right)=-\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}n=-\frac{1}{2}$ ومنه (x_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\frac{1}{2}$ وحدها الأول $x_0=0$. - حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{2}n\right)=-\infty$	0.5
ج) بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$	
▪ تبيان أن المتتالية (y_n) هندسية : - لدينا : $y_n=\left(2e^{-1}\right)^n$ ومنه $y_{n+1}=\left(2e^{-1}\right)^{n+1}=2e^{-1}\times\left(2e^{-1}\right)^n=2e^{-1}\times y_n$ ومنه (y_n) هندسية أساسها $q=2e^{-1}$ وحدها الأول $y_0=1$. - حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2e^{-1}\right)^n=0$ لأن $-1<2e^{-1}<1$	0.5

✌انتهى تصحيح الموضوع الثاني ❀ بالتوفيق ☺ والنجاح ☺☺ في البكالوريا 2015 ❀