☝ اختبار في مادة الرياضيات

☝ التمرين الأول ☹☺(04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-8z+17=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A, B, D التي لواحقها على الترتيب $a=4-i, b=4+i$ و $d=-i$.

و ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\omega=2$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) بين أنَ العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'=iz+2-2i$.

ب) تحقق أنَ لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي $c=1+2i$.

ج) بين أنَ : $\frac{c-d}{c-b}=-i$ ثم أستنتج طبيعة المثلث BCD.

د) بين أنَ النقط A, B, C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها .

ه) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون ، $\left|-i-z\right|^2-\left|4-i-z\right|^2=16$.

☝ التمرين الثاني ☹ ☺(05 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين $A(2,1,1), I(3,-1,0)$ و

(P) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق، $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$

1) أ) بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (P) .

ب) بين أن المجموعة (P) هي مستو $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له.

2) لتكن (S) سطح كرة مركزها النقطة I وتمر من النقطة A.

- تحقق أن نصف قطر سطح الكرة (S) هو $R=\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S)

3) ليكن (P') المستوي ذي المعادلة $2x-y+z-4=0$.

أ) بين أن (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها r.

ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ نقطة من الفضاء تحقق من أن القطعة $[AB]$ أحد أقطار الدائرة (C).

ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B .

👍 التمرين الثالث ☺☺ (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7.

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1$ قابلا للقسمة على العدد 7.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1xx0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5. حيث x عدد طبيعي.

أ) عين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35.

ب) أكتب العدد N في النظام العشري.

👍 التمرين الرابع☹ ☺ (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد موجب تماما x، $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

5) أحسب $f(4)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f).

II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ: $u_0=\dfrac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$.

2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم استنتج أنها متقاربة.

3) عين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

✌بالتوفيق و النجاح☹في البكالوريا☺ جوان 2015 ❀أستاذ المادة

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين الشلف | التاريخ : 30/ 04 / 2015 | السنة الدراسية: 2014 / 2015

المستوى: 3 ثانوي | الشعبة: رياضيات | الموضوع الثاني

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول ☹☺☹(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :

$\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط C,B,A و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$.

أ) أكتب الأعداد المركبة z_A, z_B, z_C و z_D على الشكل الأسي .

ب) بين أن النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

ج) بين أنَ : $\dfrac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$ ثم عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BD}\right)$.

ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD)؟

3) نعتبر العدد المركب z_n الذي طويلته $\dfrac{1}{2^n}$ و $\dfrac{2n\pi}{3}$ عمدة له ، حيث n عدد طبيعي .

ونعرف العدد المركب L_n بـ : $L_n=z_D\times z_n$.

أ) أكتب كلا من العددين L_1, L_0 على الشكل الجبري .

ب) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_n=\left|L_n\right|$ من أجل كل عدد طبيعي n.

- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- لتكن النقط $M_n,...,M_1,M_0$ صور الأعداد المركبة $L_n,...,L_1,L_0$ على الترتيب .

أحسب بدلالة n المجموع ، $S_n=\left\|\overrightarrow{OM_0}\right\|+\left\|\overrightarrow{OM_1}\right\|+...+\left\|\overrightarrow{OM_n}\right\|$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثاني ☹☺☺ (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;2;3)$, $B(0;1;4)$, $C(-1;-3;2)$ و $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}=2\vec{i}+a\vec{j}+b\vec{k}$ حيث b,a عددان حقيقيان .

1. أ) بين أن النقط C,B,A تعين مستويا (ABC) .

ب)عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}$ ناظميا للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2. ليكن المستقيم Δ ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-1+t\,; \quad t\in\mathbb{R}\\ z=4-t\end{cases}$

أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم Δ وأن المستقيم Δ عمودي على المستوي (ABC) .

ب) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

ج) أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) .

د) بين أن النقطة H هي مركز ثقل المثلث ABC.

3. أدرس تقاطع المستقيم Δ مع المستوي $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

☝ التمرين الثالث ☹☹☹ (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $\left(2017^{4n+3}-2\times 2016^{8n}+2014^{2n+1}\right)$ على العدد 5 حيث n عدد طبيعي.

3) بين أن العدد 131 أولي .

4) عين الأعداد الطبيعة n التي تحقق : $\begin{cases}3m+7d=2^n-48\\ ab=5m\end{cases}$

حيث ، $d=PGCD(a,b)$ و $m=PPCM(a,b)$.

5) عين قيم n بحيث يكون ، $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $(a;b)$.

☝ التمرين الرابع☹ ☺☹ (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1-2x)e^{2x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)

I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) أحسب عبارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

5) أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C_f).

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$(E): f(x)=f(m)$

7) أ) عين العددين الحقيقيين b,a بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ : $F(x)=(ax+b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=\frac{1}{2}, y=0$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}S(\lambda)$.

II. نسمي $f^{(n)},\dots, f'''=f^{(3)}, f''=f^{(2)}, f'=f^{(1)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f .

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$.

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحني $\left(C_{f^{(n)}}\right)$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n;y_n)$.

أ) أحسب بدلالة n كلا من x_n و y_n .

ب) بين أن المتتالية (x_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n$.

ج) بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}y_n$