الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات المدة : 03 سا و 30د

على المترشح اختيار احد الموضوعين
الموضوع الأول

التمرين الأول:(05نقاط)

1°) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2-2z+5=0$.

2°) نعتبر في المستوي المركب المنسوب على معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

النقط I ، B ، A التي لواحقها على الترتيب $z_1=1-2i$ ، $z_B=-3$ ، $z_A=2+\overline{z_1}$.

أ/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $z=\dfrac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$.

ب/ اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

ﺟ / احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

3°) ا / لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1);(C;1)\}$ احسب z_G لاحقة النقطة G .

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ_1) مجموعةالنقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$$

ﺟ / عين طبيعة المجموعة (Γ_2) مجموعةالنقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$$

التمرينالثاني:(05نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=\sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$

$$u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$$

1- احسب الحدود u_2,u_3،و u_4 (تدوّر النتائج الى 10^{-2}) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- ا- بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

3- $(v_n)_{n\geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بـ : $v_n=u_n-n$

ا- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين حدها العام v_n

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n

4- نضع من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $S_n=\left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2+........+\left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$

$S'_n=u_1+u_2+....+u_n$ و $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$ احسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$

التمرين الثالث (04نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o\,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$: نعتبر النقط: $A(3,2,1);B(3,5,4)$ و $C(0,5,1)$

1- بين ان المثلث ABC متقايس الأضلاع

2- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1,1,-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

3- ا- عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC)

جـ - تحقق ان النقطة $F(4,6,0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم احسب حجم رباعي الوجوه FABC

4– بين ان المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين

5- ا- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\right\|=6$

ب- عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC)

التمرين الرابع : (06 نقاط)

I) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي : $g(x)=\frac{-x+1}{-x+3}+\ln(-x+3)$

1) احسب نهايات g عند اطراف مجال تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,5;1,7[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $f(x)=(x-1)\ln(-x+3)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

°1) أ / - احسب نهايات f عند اطراف مجال تعريفها .

ب /- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

°2) بين ان $f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لــ $f(\alpha)$.

°3) حل في المجال $]-\infty;3[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty,3[$

°4) احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

°5) F دالة عددية على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $F(x)=-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}\right)\ln(-x+3)$

تحقق ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty,3[$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A\left(3;4;0\right)$ ، $B\left(0;5;0\right)$ ، $C\left(0;0;5\right)$ ، $D\left(-2;-6;5\right)$ ، $E\left(-4;0;-3\right)$ والشعاع $\vec{n}\left(1;3;3\right)$

1.بين أن النقط C, B, A تعيّن مستو (ABC) ،تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2 . ا / برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI=\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ / بين أن $\vec{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د/ استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

4 . ا/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

جـ / تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

<u>التمرين الثاني :</u>(05نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$نعتبر النقط B, A و C التي لواحقها

على الترتيب : $Z_a=i$, $Z_b=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $Z_c=-1$

1- نعتبر التحويل النقطي (S) المعرف بـ : $Z'=2e^{-i\frac{\pi}{3}}Z+1-i$

ما طبيعة التحويل (S) وما عناصره المميزة .

2- - عين لواحق النقط $A';B'$ وC' صور النقط B, A و C بالتحويل (S)

3- أ) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة : $\{(A,3);(B,1);(C,-2)\}$

ب) عين لاحقة النقطة G' مرجح الجملة $\{(A',3);(B',1);(C',-2)\}$

جـ) تأكد أن $G'=S(G)$ ، ماذا تستنتج ؟

4- T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M(z')$ حيث : $\overrightarrow{MM'}=3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$

ا- بين أن : $\overrightarrow{GM'}=\overrightarrow{MG}$ واستنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة

ب- عين لواحق النقط : E,D و F صور النقط B,A و C بالتحويل T

جـ - بين أن المثلثين ABC و EDF متقايسان .

التمرين الثالث (09نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثمّ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.38\prec\alpha\prec-0.36$ يحقق $g(\alpha)=0$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ على R

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2 ا- بين انه من اجل كل x من R: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين ان $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثيتها

4- ا- بين ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x+1$ بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

جـ - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1.5;+\infty[$ يعطى $f(-1.5)=4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على R كمايلي : $h(x)=f(x^2e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة . استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على R كما يلي $k(x)=(ax+b)e^{-x}$

ا- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x\to -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على R