الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان البكالوريا التجريبية

الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

☝ **اختبار في مادة الرياضيات** | **المدة : 4ساعات ونصف**

☜ **على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين .**

☜ الموضوع الأول

☜ التمرين الأول: (04 نقاط)

N عدد طبيعي غير معدوم يكتب $\overline{abcca}^{5}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 ويكتب $\overline{bbab}^{8}$ في نظام التعداد ذي الأساس 8.

1) بين أنَ N يحقق : $309a+15c=226b$.

2) بين أن العدد 3 قاسم للعدد b.

3) فيما يلي نفرض أنَ : $b=3$.

أ) بين أن، $309(a-2)=60-15c$.

ب) استنتج أن العدد 5 قاسم للعدد $(a-2)$ ثم استنتج كلا من a و c .

ج) أكتب العدد N في نظام التعداد ذي الأساس 10.

☜ التمرين الثاني :(04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط B,A و I التي لواحقها على الترتيب ، $z_A=-2$ ، $z_B=-1+i$ و $z_I=i$.

من أجل كل عدد مركب z حيث $z\neq -2$ نضع : $z'=\dfrac{iz+i+1}{z+2}$

حيث M صورة العدد المركب z و M' صورة العدد z' .

1- أ) تحقق من أن : $z'=\dfrac{i(z+1-i)}{z+2}$.

ب) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$ فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

ج) عين طبيعة (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون z' تخيلا صرفا.

2- أ) تحقق من أنَ : $z'-i=\dfrac{1-i}{z+2}$.

ب) استنتج أنَ : $IM'\times AM=\sqrt{2}$ وأن $(\vec{u},\overrightarrow{IM'})+(\vec{u},\overrightarrow{AM})\equiv -\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

ج) بين أنَه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات المركز A ونصف القطر 1 فإن النقطة M' تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها .

3- لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=-\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

أ) بين أن النقطة E تنتمي إلى (Γ) ثم بين أن $(\vec{u},\overrightarrow{AE})\equiv\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

ب) باستعمل نتائج السؤال 2) أنشئ النقطة E' المرفقة بالنقطة E.

☜ **التمرين الثالث (05 نقاط)**

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **المعرفة بـ** : $u_0=\frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}$

1- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$.

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0<u_n<\frac{1}{2}$

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ثم بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة

ج) هل $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ؟ عين نهايتها .

3- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=6$.

ج) **أحسب عبارة** v_n **بدلالة** n **ثم استنتج أن** $u_n=\frac{2^n}{3+2^{n+1}}$ **ثم أحسب** $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

☜ **التمرين الرابع : (07 نقاط)**

.I نعتبر الدالة العددية g **المعرفة على المجموعة** $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) **أحسب** $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ وفسر النتيجة هندسيا **ثم أحسب** $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x)=\frac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}-\ln(1+e^{-x})-x$.

4) أ) **أحسب** $\lim_{x\to+\infty}[g(x)-(-x+1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

5) **أرسم** (Δ) **و** (C_g).

6) **استنتج إشارة** $g(x)$ عندما يتغير x **في المجموعة** $\mathbb{R}$.

.II f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$

1) برهن أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$ **ثم أحسب** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=e^{-x}\times g(x)$ ثمَ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) تحقق أنَه من أجل كل عدد حقيقي x $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ **ثم أحسب** : $\int_{-\ln 3}^{0}\frac{1}{e^x+1}dx$.

4) **أحسب** $\int_{-\ln 3}^{0} f(x)\,dx$

☜ **الموضوع الثاني**

☜ **التمرين الأول (04 نقاط)**

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي حيث $\theta \in [0;®[$.

نعتبر الأعداد المركبة : $z_0 = r(-\cos\theta + i\sin\theta)$ ، $z_1 = r^2(\sin\theta + i\cos\theta)$ و $z_2 = \sqrt{3}(1+i)$.

1) أكتب كلا من الأعداد z_0, z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

2) أ) عين العددين الحقيقيين r و θ بحيث يكون : $z_1 = \overline{z_0}$.

ب) عيِّن عندئذ قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_0}{z_1}\right)^n$ حقيقيا .

3) نفرض $r = 1$ و $\theta = \frac{\pi}{3}$.

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B و C التي لواحقها : z_0, z_1 و z_2 على الترتيب .

أ) عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;2),(C,-1)\}$.

ب) عيَن طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث ، $\left\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = 3$

☜ **التمرين الثاني :(04 نقاط)**

☜ **نعتبر في المجموعة** $\mathbb{Z}^2$ **المعادلة** : $(E): 5x - 6y = 3$

-1 أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ج) استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

-2 a و b عددان طبيعيان حيث :

$a = \overline{1\sim0\sim00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\sim\ 0\sim}$ في النظام ذو الأساس 5.

- عين ~ و حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E) .

☜ **التمرين الثالث (04 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ و $C(6;-2;-1)$ و المستوي $(P): x + y + z - 3 = 0$

1) برهن أن المثلث ABC قائم .

2) برهن أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A .

3) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') المستوي العمودي على (AC) و المار من النقطة A .

4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع كلا من المستويين (P) و (P').

5) أ) نعتبر النقطة $D(0;4;-1)$. بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

ج) بين أنَ قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}rad$.

د) أحسب مساحة المثلث BDC ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستوي (BDC)

☜ **التمرين الرابع :(08 نقاط)**

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيَن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيَن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8<\alpha<1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(0), f(3)$ ثم أرسم (Δ) ، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$(E): f(x)=x+m$

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$.

1- أ) بيَن أنَ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$.

ب) أحسب I_1.

2- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنَ : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n.

ب) أحسب I_2.

3- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.