0028021052018

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : تسيير واقتصاد

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 3 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$

1) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 3$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 3$.

ا) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) بدلالة n .

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$ ، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x) = 2x^3 - x^2 - 15x + 18$.

1) احسب $P(2)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

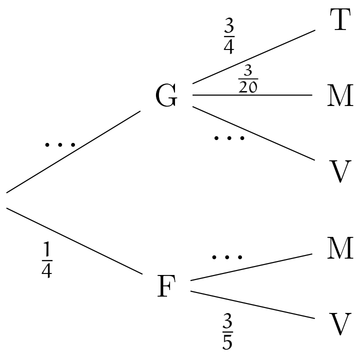
4) استنتج حلول المعادلتين :

أ) $2e^{3x} - e^{2x} - 15e^{x} + 18 = 0$.

ب) $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 15(\ln x) + 18 = 0$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في تجربة عشوائية مُنمذجة بشجرة الاحتمالات التالية :



1) انقل الشجرة المقابلة على ورقة إجابتك ثم أتممها.

2) أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة :

ا) $P_G(V) = \frac{1}{10}$

ب) $P(G \cap T) = \frac{3}{4}$

ج) $P(M) = \frac{11}{20}$

د) $P_M(G) = \frac{9}{17}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، كما يلي : $g(x) = -3 + 3x^3 + 6\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أُحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 3x - 3 - \frac{3\ln x}{x^2}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (يعطى : $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{\ln x}{x^2} = -\infty$)

2) بيّن أنّ من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

5) انشئ (C_f) و (Δ) .

6) نعتبر الدالة F المعرفة على $]0\,;\,+\infty[$ بـ : $F(x) = -3\left(\frac{1 + \ln x}{x}\right)$.

ا) بيّن أنّ الدالة F أصلية للدالة $x \longmapsto \frac{3\ln x}{x^2}$ على المجال $]0\,;\,+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = e$ و محور الفواصل .

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـــ : $u_0 = -2$. ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

I) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1) عيّن قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

II) نعتبر في كل مما يلي : $\alpha = 3$.

1) أُكتب v_n و u_n بدلالة n .

2) أُحسب بدلالة n المجموع S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$
و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

3) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة بـــ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \ln(v_n)$.

ا) بيّن أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها .

ب) استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n = (2)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتفسير ارتفاع درجة حرارة الغلاف الجوي (الاحتباس الحراري)، تم قياس متوسط درجة الحرارة السنوية لكوكب الأرض بين السنتين 1974 و 1998 ، سجّلت النتائج في الجدول أدناه:

السنة	1974	1978	1982	1986	1990	1994	1998
رتبة السنة x_i	4	8	12	16	20	24	28
درجة الحرارة المئوية y_i	19.12	19.70	19.62	20	20.60	20.88	20.92

1) مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M(x_i\,;\,y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;18)$.
(وحدة الرسم : $1\,\text{cm}$ لكل سنتين على محور الفواصل و $5\,\text{cm}$ لكل درجة واحدة على محور التراتيب).

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علّمها .

3) بيّن أن معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي : $y = 0.078x + 18.872$
ثم أُرسمه .

4) ا) بقراءة بيانية ، قدّر درجة الحرارة في سنة 2005 .

ب) باستعمال التعديل السابق ، في أيّ سنة ستتجاوز درجة الحرارة 22.5 درجة مئوية؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء (R) وزهرتين صفراوين (J) . نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة وبدون ارجاع .

1) مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات .

2) احسب احتمال الحوادث التالية :

ا) A : حادثة "الحصول على زهرتين حمراوين" .

ب) B : حادثة "الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون" .

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج (نتيجة) عدد الزهرات الصفراء المختارة.

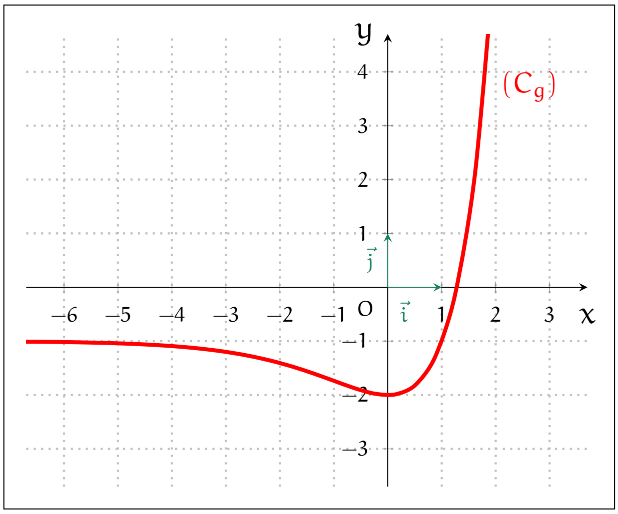
ا) ماهي قيم X .

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي والتباين .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

1) g دالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1 + (x-1)e^x$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$(الرسم المقابل)



ا) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.2 < \alpha < 1.3$

ج) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{2x}{e^x+1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّرها بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x)-2x]$ فسر بيانيا النتيجة .

ج) أُدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

د) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

هـ) انشئ (Δ) و (C_f) .

3) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$.