

المدة : ساعتان ونصف

تصحيح الموضوع الأول

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

01.5	(1) لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$ $u_0 = 2$ معناه
01	(2) من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$
01	(3) لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد -2017 حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ و هو حد رتبته 674
01.5	(4) (أ) $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{(n+1)(4-3n)}{2}$
01	(ب) $S' = S_{673} = \frac{(673+1)(4-3 \times 673)}{2} = -679055$ يمكن أن نستخدم الطريقة الآتية أيضا : $S' = \frac{674}{2}(2-2017) = -679055$

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

01	(1) (أ) $a = 5 \times 403 + 2$ و $b = 5 \times 287 + 3$
01	(ب) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ و منه $a + b \equiv 5[5]$ و منه $a + b \equiv 0[5]$
01	(2) (أ) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$
02	(ب) لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ و $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \\ b^2 \equiv 1[5] \end{cases}$
	منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1 \times 1[5] \end{cases}$ و منه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$
01	(3) لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ و منه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ و منه $n \equiv 0[5]$ و منه $n = 5k$ ($k \in \mathbb{N}$) (مضاعفات العدد 5)

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$	(1)																					
0.5	$f'(x) = 3x^2 + 6x$ <p>لدينا $f'(x) = 3x(x+2)$ معناه $x = -2$ أو $x = 0$ إشارة المشتقة :</p>	(2)																					
01	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$											
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																		
0.5	<p>الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ و على المجال $] -\infty; -2]$</p> <p>الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-2; 0]$</p> <p>جدول التغيرات :</p>	(3)																					
01	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>-4</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$		0		$+\infty$		$-\infty$		-4		
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																		
$f(x)$		0		$+\infty$																			
	$-\infty$		-4																				
01	<p>أ) $f''(x) = 6x + 6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند -1 و تغير إشارتها ومنه $A(-1; -2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)</p>	(4)																					
0.5	<p>ب) معادلة المماس : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -3x - 5$</p>																						
0.5	$(x-1)(x+2)^2 = (x-1)(x^2 + 4x + 4) = x^3 + 3x^2 - 4 = f(x)$	(5)																					
01	<p>$f(x) = 0$ معناه $(x-1)(x+2)^2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = -2$ ومنه المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$</p>	(6)																					
01		(7)																					

تصحيح الموضوع الثاني

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

0.75	$u_2 = 3u_1 + 2 = 3 \times 11 + 2 = 35, \quad u_1 = 3u_0 + 2 = 3 \times 3 + 2 = 11$ $u_3 = 3u_2 + 2 = 3 \times 35 + 2 = 107$	(1)
0.75	(أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$	(2)
01.5	(ب) $u_n = v_n - 1 = 4 \times 3^n - 1, \quad v_n = v_0 \times q^n = 4 \times 3^n$	(3)
01.25	$v_{n+1} - v_n = 4 \times 3^{n+1} - 4 \times 3^n = 4 \times 3^n (3 - 1) = 8 \times 3^n > 0$ متزايدة تماما	(4)
0.75	(أ) $S_n = v_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = 4 \times \frac{3^{n+1} - 1}{3 - 1} = 2(3^{n+1} - 1)$ (ب)	(4)
01	$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + \dots + (v_n - 1)$ $= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) - 1 \times (n + 1) = S_n - 1 \times (n + 1) = 2(3^{n+1} - 1) - n - 1$	(4)

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

01	الاقتراح الصحيح : (ب) 12 التعليل : $(3+1) \times (2+1) = 12$	(1)
01	الاقتراح الصحيح : (أ) 3 التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأن $579 = 3 \times 193$	(2)
01.5	الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	(3)
01.5	الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$ التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017} [5] [5]$ ومنه $a^{2017} \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$	(4)
01	الاقتراح الصحيح : (أ) 7 التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ ومنه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$	(5)

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	$\lim_{x \rightarrow +2} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +2} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ <p>(أ) (ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) $y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$</p>	(1)												
01	$f'(x) = \frac{2(x-2) - 1(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$ <p>الدالة f متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها</p>	(2)												
0.5	<p>جدول التغيرات</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+2$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td colspan="2">—</td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+2$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+2$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$	$f'(x)$	—		—	$f(x)$	$+2$	$+\infty$	$+2$	(3)
x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$											
$f'(x)$	—		—											
$f(x)$	$+2$	$+\infty$	$+2$											
0.5 02	$2 + \frac{5}{x-2} = \frac{2(x-2) + 5}{x-2} = \frac{2x+1}{x-2} = f(x)$ (أ) (ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ 5 هي 1, -1, 5, -5 فإن $x-2 \in \{1, -1, -5, +5\}$ ومنه $x \in \{+3, +1, -3, +7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7, -3, +1, +3\}$ ومنه النقط المطلوبة هي: $A(3;7)$, $B(1;-3)$, $C(-3;1)$, $D(7;3)$	(4)												
01	<p>$f(x) = 0$ معناه $2x+1=0$ معناه $x = -\frac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة احداثياتها $(0; -\frac{1}{2})$ وبما أن $f(0) = -\frac{1}{2}$ فإن (C_f) يقطع حامل محور الترتيب في نقطة وحيدة احداثياتها $(-\frac{1}{2}; 0)$</p>	(5)												
01		(6)												