مناقشة الإمتحان التجريبي في البكالوريا — الشعبة آداب وفلسفة / لغات أجنبية

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) تعيين باقي قسمة كل من b^2+a^2 و $2a\times b$ على 11

لدينا $a\equiv 3[11]$ ومنه $a^2\equiv 9[11]$ ...①

$b\equiv 10[11]$ ومنه $b^2\equiv 10^2[11]$ ...②

من ① و② نجد: $a^2+b^2\equiv 9+100[11]$

أي $a^2+b^2\equiv 109[11]$

وبما أن $109\equiv 10[11]$

فإن $a^2+b^2\equiv 10[11]$

باقي قسمة a^2+b^2 على 11 هو 10

كما لدينا:

$a\equiv 3[11]$ ومنه $2a\equiv 6[11]$ ...①

$b\equiv 10[11]$ ومنه ...②

من ① و② نجد $2a\times b\equiv 60[11]$

أي $2a\times b\equiv 5[11]$

باقي قسمة $2a\times b$ على 11 هو 5.

2) أ) التحقق من أن: $b\equiv -1[11]$

لدينا: $b-(-1)=10+1=11$

و 11 مضاعف للعدد 11 ومنه

$b\equiv -1[11]$

ب/ الإستنتاج:

لدينا $b\equiv -1[11]$ أي $b^{2017}\equiv(-1)^{2017}[11]$

ومنه $b^{2017}\equiv -1[11]$

أي $b^{2017}\equiv 10[11]$

باقي قسمة b^{2017} على 11 هو 10

كما لدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{1438}\equiv(-1)^{1438}$

ومنه $b^{1438}\equiv 1[11]$

ومنه باقي قسمة b^{1438} على 11 هو 1

3/ نبين أن A يقبل القسمة على 11.

لدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{2n+1}\equiv(-1)^{2n+1}[11]$

أي: $b^{2n+1}\equiv -1[11]$ ...①

ولدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{2n}\equiv(-1)^{2n}[11]$

أي: $3b^{2n}\equiv 3[11]$ ...②

من ① و② نجد

$$b^{2n+1}+3b^{2n}+20\equiv -1+3+20[11]$$

$$A\equiv 22[11]$$

$$A\equiv 0[11]$$

ومنه A يقبل القسمة على 11.

4/ تعيين الأعداد الطبيعية n:

لدينا: $(a+2b)^{2n}+12n\equiv 0[11]$

ومنه $(3+2(-1))^{2n}+1n\equiv 0[11]$

$(3-2)^{2n}+n\equiv 0[11]$

$1^{2n}+n\equiv 0[11]$

أي $1+n\equiv 0[11]$

ومنه: $n\equiv -1[11]$

ومنه $n\equiv 10[11]$

أي $\boxed{n=11k+10}$ حيث k عدد طبيعي

لما $k=0$ نجد $n=11\times 0+10=10$

لما $k=1$ نجد $n=11\times 1+10=21$

لما $k=2$ نجد $n=11\times 2+10=32$

لما $k=3$ نجد $n=11\times 3+10=43$

الأعداد الطبيعية هي 10، 21، 32، 43

التمرين الثاني

1) تعيين أساس المتتالية:

لدينا: $u_n=u_p+(n-p)r$

$u_n=u_2+(n-2)r$

$u_n=4+(n-2)r$

$u_3=4+(3-2)r=4+r$

$u_6=4+(6-2)r=4+4r$

ولدينا: $u_6-2u_3=2$

ومنه $4+4r-2(4+r)=2$

$4+4r-8-2r=2$

$2r=6$

$\boxed{r=3}$

ولدينا: $u_n=u_0+nr$

تابع حل التمرين الثاني:

$u_n = u_0 + nr$

$u_2 = u_0 + 2\times 3$

$u_0 = 4 - 6 = -2$

2/ كتابة u_n بدلالة n: $u_n = u_0 + nr$

ومنه: $\boxed{u_n = -2+3n}$

3/ لدينا $u_n = 100$ ومنه $-2+3n=100$

أي $3n = 102$ أي $n = \frac{102}{3} = 34$

ومنه $\boxed{u_{34} = 100}$ رتبته 35

4/ حساب المجموع:

$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2}(u_0 + u_n)$

$= \frac{n-0+1}{2}(-2-2+3n)$

$\boxed{S_n = \frac{n+1}{2}(-4+3n)}$

ب- الاستنتاج:

$t = u_0 + u_1 + \dots + u_{34}$

$= \frac{34+1}{2}(-4+3(34))$

$\boxed{t = 1715}$

التمرين الثالث:

1) من البيان $g(1)=0$

ومنه $a - 3\times 1^2 = 0$ أي $a-3=0$

ومنه $\boxed{a=3}$

2/ جدول تغيرات g:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

3/ إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

II- $f(x) = -x^3+3x-2$

1/- حساب النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(-x^3) = -\infty$

2- اتجاه تغيرات f:

$f'(x) = -3x^2+3$

$f'(x)=0$ ومنه $-3x^2+3=0$

أي $-3x^2 = -3$

$x^2 = \frac{-3}{-3} = 1$

ومنه $x = \sqrt{1}$ أو $x = -\sqrt{1}$

$x = 1$ أو $x = -1$

إشارة $f'(x)$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

f متناقصة تماما على $]-\infty,-1]$ و $[1,+\infty[$

ومتزايدة تماما على $[-1,1]$

جدول تغيرات f.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) - 2 = 1-3-2 = -4$

$f(1) = -1^3 + 3\times 1 - 2 = -1+3-2 = 0$

3/ لدينا: $f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$ ومنه $-6x=0$ أي $x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

$f''(x)$ تنعدم عند 0 وتغير إشارتها

ومنه النقطة $I(0,-2)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f).

4- معادلة المماس (Δ):

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$\boxed{y = 3x-2}$

5- أ- لدينا:

$(x-1)(-x^2-x+2)$

$= -x^3 - x^2 + 2x + x^2 + x - 2$

$= -x^3 + 3x - 2$

$= f(x)$

ب) حل المعادلة:

$f(x) = 0$

$(x-1)(-x^2-x+2) = 0$

$\begin{cases} x-1=0 \\ \text{أو} \\ -x^2-x+2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ -x^2-x+2=0 \end{cases}$

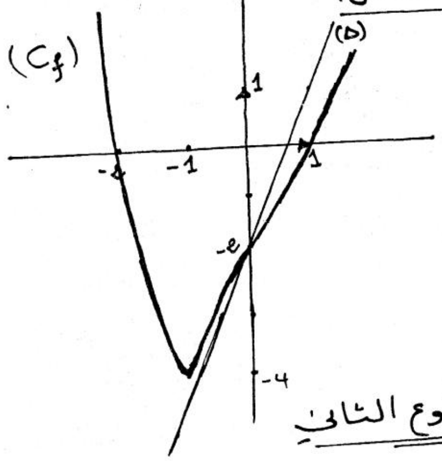
$\Delta = 9$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{1-3}{-2} = 1 \qquad x_2 = \frac{1+3}{-2} = -2$$

المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $M_1(1,0)$ ، $M_2(-2,0)$

رسم المنحنى:



الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1 - الإقتراح الصحيح هو: ب

لدينا: $9720 = 2^3 \times 3^5 \times 5^1$

عدد قواسم 9720

$(3+1)(5+1)(1+1) = 4\times 6\times 2 = 48$

2 - الإقتراح الصحيح هو ب

لدينا $2016 - 1436 = 580$

و 580 مضاعف للعدد 5 وليس مضاعف للعددين 7 و 9.

3 - الإقتراح الصحيح هو ج:

لدينا $x+2 \equiv 1[5]$ ومنه $x \equiv -1[5]$

أي $x \equiv 4[5]$

ومنه $x = 5k+4$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

4 - الإقتراح الصحيح هو: ب

لدينا $\begin{cases} -2017 = 7(-289)+6 \\ 0 \leq 6 < 7 \end{cases}$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد -2017 على 7 هو 6

5 - الإقتراح الصحيح هو: (أ)

لدينا: $a \equiv 34[5]$

ومنه $a \equiv 4[5]$

أي $a \equiv -1[5]$

ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$

ومنه $a^{2017} \equiv -1[5]$

التمرين الثاني.

1) $u_1 = 3u_0 - 1 = 3\times 5 - 1 = 14$

$u_2 = 3u_1 - 1 = 3\times 14 - 1 = 41$

$u_3 = 3u_2 - 1 = 3\times 41 - 1 = 122$

2) نعتبر $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

أ) (v_n) متتالية هندسية معناه $\frac{v_{n+1}}{v_n} = q$

لدينا

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{3u_n - 1 - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{3(u_n - \frac{1}{2})}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 3$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول

$v_0 = u_0 - \frac{1}{2}$

$v_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$

ب - عبارة v_n بدلالة n:

$v_n = v_0 \times q^n$

$v_n = \frac{9}{2} \times 3^n$

جـ - إستنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

ومنه: $v_n + \frac{1}{2} = u_n$

أي $\boxed{u_n = \frac{9}{2} \times 3^n + \frac{1}{2}}$

الحد الخامس هو:

$u_4 = \frac{9}{2} \times 3^4 + \frac{1}{2}$

$\boxed{u_4 = 365}$

د -

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = \text{الحد الأول}\,\frac{\left(1 - q^{\text{عدد الحدود}}\right)}{1-q}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}\left(1 - 3^{n-0+1}\right)}{1-3} = \frac{-9}{4}\left(1 - 3^{n+1}\right)$$

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$
$$= \left(V_0 + \frac{1}{2}\right) + \left(V_1 + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(V_n + \frac{1}{2}\right)$$
$$= (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}\right)$$
$= S_n +$ عدد الحدود $\times \frac{1}{2}$

$$S'_n = -\frac{9}{4}\left(1 - 3^{n+1}\right) + (n+1) \times \frac{1}{2}$$

التمرين الثالث

1/أ) $f(x) = a - \dfrac{18}{x+3}$

لدينا $M(-2,-14)$ نقطة من (C_f) معناه

$f(-2) = -14$

أي

$$a - \frac{18}{-2+3} = -14$$

أي:

$$a - 18 = -14$$
$$a = -14 + 18$$

ومنه $\boxed{a = 4}$ إذن $f(x) = 4 - \dfrac{18}{x+3}$

1/ب) التبيين:

لدينا:

$$f(x) = 4 - \frac{18}{x+3}$$
$$= \frac{4(x+3) - 18}{x+3}$$
$$f(x) = \frac{4x + 12 - 18}{x+3}$$
$$f(x) = \frac{4x-6}{x+3}$$

2- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4x}{x} = 4$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x}{x} = 4$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y = 4$

3- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -3} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\to} -3} \dfrac{4x-6}{x+3} = +\infty$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -3} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} -3} \dfrac{4x-6}{x+3} = -\infty$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x = -3$.

4- $$f'(x) = \frac{(4x-6)'(x+3) - (x+3)'(4x-6)}{(x+3)^2}$$
$$= \frac{4(x+3) - (4x-6)}{(x+3)^2}$$
$$= \frac{4x + 12 - 4x + 6}{(x+3)^2}$$
$$= \frac{18}{(x+3)^2} > 0$$

f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty,-3[$ و $]-3,+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	+	||	+
$f(x)$	$4 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 4$

5- نقط التقاطع مع المحاور:

مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$

أي $4x - 6 = 0$ أي $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

(C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

مع محور التراتيب:

$f(0) = \frac{-6}{3} = -2$

(C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $M'(0,-2)$

6- معادلة المماس:

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$
$$y = \frac{18}{(0+3)^2}x - 2$$
$$\boxed{y = 2x - 2}$$

رسم المماس و المنحنى