المستوى: 3 أ ف + 3 لغ

تصحيح البكالوريا التجريبي:

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

1- تعيين بواقي قسمة 2^n على 5:

$2^0 \equiv 1[5]$ ، $2^1 \equiv 2[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$

$2^3 \equiv 3[5]$ ، $2^4 \equiv 1[5]$

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
البواقي	1	2	4	3

2- لدينا: $2^4 \equiv 1[5]$ ومنه $2^{4n} \equiv 1[5]$

3- $2^{4n+1} \equiv 2[5]$ ، $2^{4n+2} \equiv 4[5]$ ، $2^{4n+2} \equiv 3[5]$

4- تعيين باقي قسمة 2^{1436} و 2^{2015} على 5:

* لدينا: $1436 = \underbrace{4 \times 359}_{4k}$

ومنه: $2^{1436} \equiv 1[5]$

الباقي هو 1

* لدينا: $2015 = \underbrace{4 \times 503 + 3}_{4k+3}$

ومنه: $2^{2015} \equiv 3[5]$

أي: الباقي هو 3.

5- * لدينا: $2017 - 2 = 2015$

ولكن 2015 من مضاعفات 5

ومنه: $2017 \equiv 2[5]$

* لدينا: $2017 \equiv 2[5]$ ومنه $2017^{2014} \equiv 2^{2014}[5]$

لكن $2^{2014} \equiv 4[5]$ $\left(2014 = \underbrace{4 \times 503 + 2}_{4k+2}\right)$

أي: $2017^{2014} \equiv 4[5]$ (خاصية التعدي)

التمرين الثاني:

$u_0 = 5$ ومن أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n + 1$

1- $\boxed{u_1} = 3u_0 + 1 = 15 + 1 = \boxed{16}$

$\boxed{u_2} = 3u_1 + 1 = 48 + 1 = \boxed{49}$

$\boxed{u_3} = 3u_2 + 1 = 147 + 1 = \boxed{148}$

2- نضع من أجل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$

أ- $v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{2}$

$= 3u_n + 1 + \frac{1}{2}$

$= 3u_n + \frac{3}{2}$

$= 3\underbrace{\left(u_n + \frac{1}{2}\right)}_{v_n} = 3v_n$.

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول v_0 حيث:

$\boxed{v_0} = u_0 + \frac{1}{2}$

$= 5 + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{11}{2}}$

ب- تعيين عبارتي v_n و u_n بدلالة n:

* لدينا: $v_n = v_0 \times q^n$

ومنه: $\boxed{v_n = \left(\frac{11}{2}\right) \times (3)^n}$

* لدينا: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ ومنه $u_n = v_n - \frac{1}{2}$

أي: $\boxed{u_n = \left(\frac{11}{2}\right) \cdot 3^n - \frac{1}{2}}$

3- $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

$= v_0 \cdot \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right) = \frac{11}{2}\left(\frac{1 - (3)^{n+1}}{1 - 3}\right)$

$\boxed{S_n = \frac{11}{4}\left(3^{n+1} - 1\right)}$

$S'_n = U_0+U_1+\dots+U_n$

$= \left(V_0-\frac{1}{2}\right)+\left(V_1-\frac{1}{2}\right)+\dots+\left(V_n-\frac{1}{2}\right)$

$=\left(V_0+V_1+\dots+V_n\right)-\frac{1}{2}(n+1)$

$= S_n-\frac{1}{2}(n+1)$

$= \frac{11}{4}\left(3^{n+1}-1\right)-\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}$

$\boxed{S'_n=\frac{11\cdot 3^{n+1}}{4}-\frac{1}{2}n-\frac{13}{4}}$

التمرين الثالث:

$f(x)=\frac{3+2x}{1-2x}$

1- دراسة تغيرات الدالة f:

$D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{+2x}{-2x}=-1$

$\lim_{x \to \frac{1}{2}^{>}} f(x)=\frac{4}{0^-}=-\infty$

$\lim_{x \to \frac{1}{2}^{<}} f(x)=\frac{4}{0^+}=+\infty$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$	0	$-$	

f دالة قابلة للاشتقاق على مجالي التعريف

ومنه $f'(x)=\frac{2(1-2x)+2(3+2x)}{(1-2x)^2}$

$f'(x)=\frac{2-\cancel{4x}+6+\cancel{4x}}{(1-2x)^2}=\frac{8}{(1-2x)^2}$

لدينا من أجل $x\in D_f$ يكون $f'(x)>0$

ومنه f دالة متزايدة تماما على مجالي التعريف:

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$ $+\infty$	‖	$\nearrow$	-1

2- المستقيمات المقاربة:

$\boxed{y=-1}$ معادلة لمستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور الفواصل.

$\boxed{x=\frac{1}{2}}$ معادلة لمستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور التراتيب.

3- أ- التقاطع مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ معناه $\begin{cases}3+2x=0\\ \text{و}\\ 1-2x\neq 0\end{cases}$

معناه $x=\frac{-3}{2}$ و $x\neq\frac{1}{2}$

ومنه نقطة التقاطع هي:

$H\left(\frac{-3}{2},0\right)$.

ب- التقاطع مع محور التراتيب:

$f(0)=y$ ومنه $y=3$

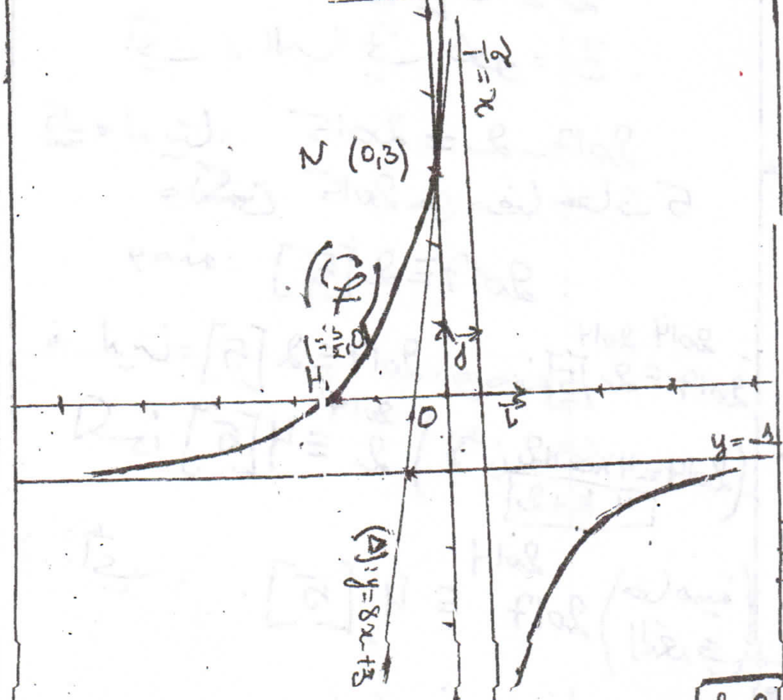
فقطة التقاطع هي $N(0,3)$.

4- كتابة معادلة المماس:

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$.

$(\Delta):\boxed{y=8x+3}$

5- رسم (Δ) و (C_f):



الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

$U_6 = 448$ ، $U_3 \times U_5 = 12544$

1- حساب U_4 : لدينا

$$U_4^2 = U_3 \times U_5 = 12544$$

ومنه $U_4 = \sqrt{12544}$

$$\boxed{U_4 = 112}$$

لدينا : $U_6 = U_4 \times q^2$

ومنه $q^2 = \frac{U_6}{U_4} = \frac{448}{112}$

$$\boxed{q^2 = 4}$$

أي $\boxed{q=2}$ أو $\boxed{q=-2}$ مرفوض

بما أن الحدود موجبة فإن $\boxed{q=2}$

2- حساب U_0 :

لدينا : $U_4 = U_0 \times q^4$ ومنه $U_0 = \frac{U_4}{q^4}$

أي : $U_0 = \frac{112}{\underset{2^4}{16}} = 7$

نضع : $\boxed{U_0=7}$ و $\boxed{q=2}$:

3- كتابة عبارة U_n بدلالة n :

لدينا : $U_n = U_0 \times q^n$ ومنه : $\boxed{U_n = 7\times 2^n}$

4- إثبات أن 896 هو حد من حدود (U_n) :

لدينا : $U_n = 896$ ومنه $7\times 2^n = 896$

ومنه $2^n = \frac{896}{7}$

ومنه : $2^n = 128 = 2^7$

ومنه : $\boxed{n=7}$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2

وبالتالي العدد 896 هو حد من حدود (U_n) رتبته 7.

5- حساب S_n :

$$S_n = U_6 + U_7 + \dots + U_n$$
$$= U_6\left(\frac{1-q^{n-5}}{1-q}\right)$$
$$= 448\left(\frac{1-2^{n-5}}{1-2}\right)$$
$$\boxed{S_n = 448\left(2^{n-5}-1\right)}$$

التمرين الثاني : لدينا :

$a\equiv3[7]$ ، $b\equiv4[7]$ ، $c\equiv6[7]$

1- * تعيين باقي القسمة لـ $a\times b$ على 7 :

لدينا : $\begin{cases} a\equiv3[7] \\ b\equiv4[7] \end{cases}$ ومنه : $a\times b \equiv \overset{3\times4}{12}\,[7]$

لكن : $12 \equiv 5[7]$

أي : $\boxed{a\times b\equiv 5[7]}$

* تعيين باقي القسمة لـ a^2-b^2 على 7 :

لدينا : $\begin{cases} a\equiv3[7] \\ b\equiv4[7] \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} a^2\equiv9[7] \\ b^2\equiv16[7] \end{cases}$

ومنه $a^2-b^2 \equiv \boxed{9-16} \equiv -5\,[7]$

لكن $-5\equiv 2[7]$

ومنه : $\boxed{a^2-b^2\equiv 2[7]}$

2- أ) لدينا : $c\equiv6[7]$ ومنه $c^2\equiv1[7]$

أي : $\boxed{c^{2n}\equiv1[7]}$

ب- لدينا $2015 - 6 = 2009$

لكن 2009 من مضاعفات العدد 7

ومنه: $\boxed{2015 \equiv 6 [7]}$.

تعيين بواقي القسمة للعدد 6^n على 7:

$6^0 \equiv 1[7]$ ، $6^1 \equiv 6[7]$ ، $6^2 \equiv 1[7]$

لما $n=2k$ فإن الباقي هو 1

لما $n=2k+1$ فإن الباقي هو 6.

لدينا: * $2015 \equiv 6[7]$ ومنه: $2015^{2014} \equiv 6^{2014}[7]$

لكن $6^{2014} \equiv 1[7]$ $(2014=2\times1007)$

أي: $\boxed{2015^{2014} \equiv 1[7]}$

لدينا: * $2015 \equiv 6[7]$ ومنه $2015^{2015} \equiv 6^{2015}[7]$

لكن $6^{2015} \equiv 6[7]$

أي: $\boxed{2015^{2015} \equiv 6[7]}$.

التمرين الثالث:

$f(x) = -x^3+3x-2$

$D_f=\mathbb{R}$

1) أ- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^3 = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} -x^3 = -\infty$.

ب- دراسة اتجاه التغير:

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه:

$f'(x) = -3x^2+3 = -3(x^2-1)$

$f'(x)=0$ معناه $x^2-1=0$

معناه $x^2=1$

معناه $x=1$ أو $x=-1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-1)=-4$	↗	$f(1)=0$	↘	$-\infty$

2) $-(x-1)^2(x+2) = f(x)$ (النشر والتبسيط).

3) f' دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه:

$f''(x) = -6x$

$f''(x)=0$ معناه $x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه $A(0,-2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f).

4) لدينا: $f(2) = -4$

ومنه $B(2,-4)$ نقطة من (C_f):

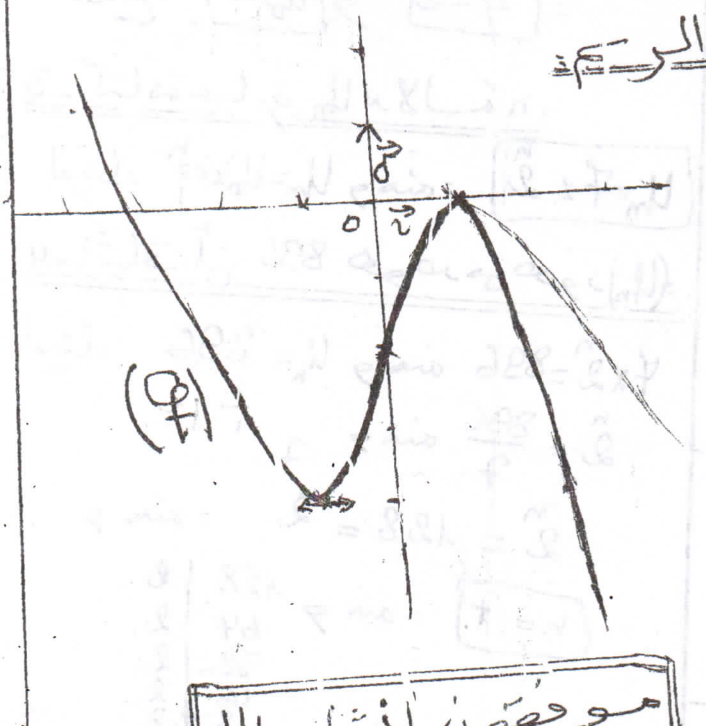
كتابة معادلة المماس عند B:

$y = f'(2)(x-2)+f(2)$

$= -9x+18-4$

$\boxed{(\Delta): y=-9x+14}$

5- الرسم:



موفقون إن شاء الله