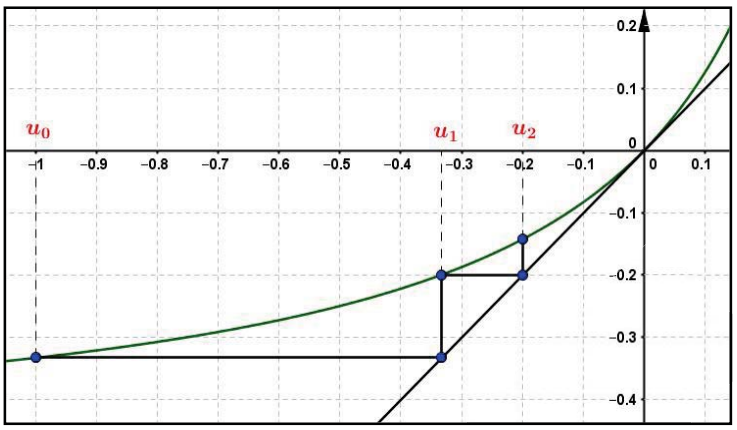
تصحيح الفرض الأول للفصل الثالث

التمرين الأول

1/ تمثيل بيانيا الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل



✍ التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

من التمثيل البياني نلاحظ أن $u_2 > u_1 > u_0$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbf{N}$.

✍ التخمين حول نهاية المتتالية (u_n) : $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)=0$

2/ أ- برهان أن المتتالية (v_n) حسابية :

$$v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}=\frac{1}{\frac{u_n}{1-2u_n}}=\frac{1-2u_n}{u_n}=\frac{1-2\left(\frac{1}{v_n}\right)}{\frac{1}{v_n}}=\frac{\frac{v_n-2}{v_n}}{\frac{1}{v_n}}=v_n-2$$

ملاحظة: نستعمل طريقة أخرى بحساب الفرق $v_{n+1}-v_n$:

$$v_{n+1}-v_n=\frac{1}{u_{n+1}}-\frac{1}{u_n}=\frac{1-2u_n}{u_n}-\frac{1}{u_n}=\frac{-2u_n}{u_n}=-2$$

ومنه المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r=-2$ وحدها الأول

$$v_0=\frac{1}{u_0}=-1$$

ب- كتابة (v_n) بدلالة n

لدينا : $v_n=v_0+nr$ ومنه : $v_n=-1-2n$

☜ استنتاج (u_n) بدلالة n.

$u_n=\frac{1}{v_n}$ ومنه $u_n=\frac{1}{-1-2n}$

ج- حساب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$

$$S_n=\left(\frac{v_0+v_{n-1}}{2}\right)\left((n-1)-0+1\right)=\left(\frac{-1+v_{n-1}}{2}\right)(n)$$

نحسب $v_{n-1}=-1-2(n-1)=1-2n$ إذن :

$$S_n=\left(\frac{-1+1-2n}{2}\right)(n)=-n^2$$

التمرين الثاني

1) معادلة المستقيم (Δ)

$\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي إذن: $(\Delta):(1)x+(-2)y+c=0$

نبحث عن قيمة c بما أن $A\in(\Delta)$ أي: $1(1)-2(1)+c=0\Rightarrow c=1$

ومنه $(\Delta): x-2y+1=0$

2) معادلة الدائرة (C)

لدينا المركز ω $(-1\ ;\ 3)$ ونصف القطر $BC=r=\sqrt{5}$

إذن معادلة الدائرة هي: $(C):(x+1)^2+(y-3)^2=5$

3) تحقق أن B تنتمي إلى (C) ثم إيجاد معادلة المماس (Γ) لـ (C) عند B.

✍ تحقق أن: $B\in(C)$ نعوض إحداثيات النقطة B في معادلة الدائرة (C) نجد: $(-2+1)^2+(1-3)^2=5\Rightarrow 5=5$

محققة ومنه $B\in(C)$.

- معادلة المماس (Γ)

الشعاع الناظمي هو $\vec{\omega B}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ إذن: $(\Gamma):(-1)x+(-2)y+c=0$

نبحث عن قيمة c بما أن $B\in(\Gamma)$

أي: $-1(-2)-2(1)+c=0\Rightarrow c=0$ ومنه $(\Gamma): -x-2y=0$

4) معادلة الدائرة (C')

القطر هو $[BC]$ إذن المركز هو $\Omega\left(\frac{x_B+x_C}{2},\frac{y_B+y_C}{2}\right)$

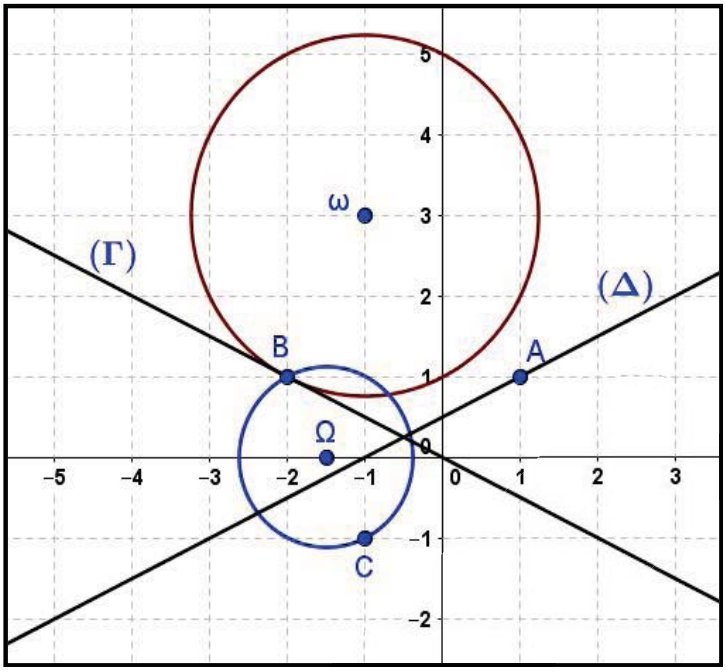
أي $\Omega\left(-\frac{1}{2},0\right)$ ونصف القطر $\frac{BC}{2}=r=\frac{\sqrt{5}}{2}$

إذن معادلة الدائرة هي: $(C'):\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+y^2=\frac{5}{4}$

5) حساب المسافة بين مركز الدائرة (C') و المستقيم (Δ)

$$d(\Omega,(\Delta))=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\left|-\frac{1}{2}-2(0)+1\right|}{\sqrt{(1)^2+(-2)^2}}=\frac{1}{2\sqrt{5}}$$

إذن $d(\Omega,(\Delta))=\frac{\sqrt{5}}{10}$


ω
(Γ)
(Δ)
B
A
Ω
C
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3