اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى : 3 تقني رياضي المدة : 4 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : 04 ن

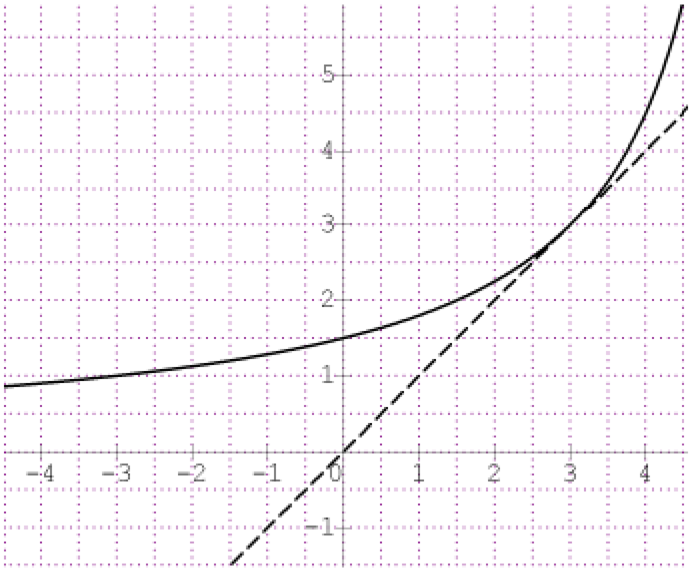
1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10.
2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$
3) عين الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10]$ و $10 < n \leq 25$.
4) ليكن العدد A الذي يكتب على الشكل $\overline{xx02102}^3$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب في نظام التعداد ذي الأساس 9 بالشكل $\overline{y67y}^9$
   أ) أوجد x و y.
   بـ) أكتب العدد A في النظام العشري.
   جـ) أكتب العدد A في النظام ذي الأساس 7.

التمرين الثاني : 05 ن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty ; 6[$ بـ : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.

نعرف المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ، يعطى المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f كما هو مبين في الشكل المقابل.



1) أ) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود : U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.
   بـ) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وحول تقاربها.
2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 3$.
3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
   $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n-3)^2}{6-U_n}$.
   بـ) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).
   جـ) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة.
4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = \frac{1}{U_n-3}$.
   أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   بـ) عبر عن V_n بدلالة n.
   جـ) استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

التمرين الثالث: 04 ن

لعبة تحتوي 32 ورقة : 8 زرقاء ، 8 حمراء ، 8 بيضاء ، 8 صفراء.
كل لون مرقم من 1 إلى 8. نسحب في آن واحد 5 أوراق من اللعبة.

1) ما هو عدد طرق السحب الممكنة ؟

2) ما هو عدد طرق السحب للحصول على :
أ ـ الألوان الأربعة.
بـ ـ ورقة حمراء تحمل الرقم 1.
جـ ـ بالضبط ورقة رقمها 1 وورقتان تحملان الرقم 2.
د ـ 4 أوراق تحمل الرقم 3.
هـ ـ على الأكثر ورقة تحمل الرقم 5.
و ـ ورقة زرقاء تحمل رقما أكبر من 4 وورقتين تحملان الرقم 2 وورقتين تحملان الرقم 1.

التمرين الرابع : 07 ن

✓ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ : $f(x) = (ax + bx^2)e^{-x+2} + 1$ ، حيث أن a و b عددان حقيقيان.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

❖ أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث يقبل المنحنى (C_f) مماسا عند النقطة $A(1;1)$ معامل توجيهه يساوي $e-$.

✓ نعتبر الآن أن عبارة الدالة f كما يلي : $f(x) = (x - x^2)e^{-x+2} + 1$.

1) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$.
2) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (xe^{-x} - x^2e^{-x})e^2 + 1$.
بـ ـ استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، وفسر النتيجة بيانيا.
3) أ ـ أوجد احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.
بـ ـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
4) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-x+2}$.
بـ ـ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]-0.2\,;-0.1[$.
6) أنشئ (Δ) و (C_f) بعناية.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 04 ن

I) 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2000^{2015} على 11.

3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد : $9^{5n+2}+n-2$ قابلا للقسمة على 11.

II) 1) عين : $PGCD(2012\,;2515\,;3521)$.

2) عين الأعداد النسبية الصحيحة x التي تحقق: $7x\equiv 4[5]$.

3) حل في $Z\times Z$ المعادلة : $(*)$ ... ... $3521x-2515y=2012$.

4) عين الثنائيات $(x\,;y)$ من $Z\times Z$ حلول المعادلة $(*)$ بحيث: $|y-x|\le 4$.

التمرين الثاني: 04 ن

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-xlnx$.

1) احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\,;\,+\infty[$: $g\,'(x)=-lnx$.

3) شكل جدول تغيرات الدالة g.

II) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $U_n=\frac{e^n}{n^n}$ ، ولتكن (W_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $W_n=\ln(U_n)$.

1) بين أن : $W_n=n-n\,ln(n)$

2) باستعمال الدالة g ، حدد اتجاه تغير المتتالية (W_n) و استنتج أن (U_n) متناقصة تماما.

3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0<U_n\le e$.

4) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها.

التمرين الثالث: 05 ن

يحتوي صندوق على 7 كرات بيضاء و3 كرات سوداء ، حيث أن الكرات متماثلة ولا نميز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق ونسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ونسحب منه كرة أخرى ونسجل لونها وننهي التجربة.

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على كرتين بيضاوين "

B : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

2) نعرف اللعبة التالية : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α حيث $(\alpha\in R^{*+})$ ولكل كرة سوداء العلامة $-\alpha$.

ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع العلامات المحصل عليهما.

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X.

بـ) احسب الأمل الرياضي $E(X)$. وفسر نتيجته المحصل عليها.

3) نضيف للصندوق n كرة سوداء ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.

ماهو عدد الكرات السوداء التي تمت إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

<u>التمرين الرابع :</u> 07 ن

الجزء الأول :

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-\infty\,;\,3[$ بـ : $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + \ln(-x+3)$.

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.5\,;\,1.7[$.
4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty\,;\,3[$.

الجزء الثاني :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty\,;\,3[$ بـ : $f(x) = (x-1)\ln(-x+3)$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j})$.

1- أ- احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
ب - أوجد الدالة المشتقة للدالة f واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
جـ - شكل جدول تغيرات الدالة f.
2- بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
3- حل في المجال $]-\infty\,;\,3[$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسر ذلك بيانيا.
4- احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني