ثانوية طارق بن زياد *الحجيرة* | اختبار الفصل الثاني في مادة | التاريخ: 2018/02/26
المستوى والشعبة: ثالثة رياضيات | الرياضيات | المدة: 3 ساعات

التمرين الأول (4.5ن):

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $6x-5y=7$
2. عين الأعداد الصحيحة النسبية a التي تحقق $\begin{cases} a\equiv 3[5] \\ a\equiv -4[6] \end{cases}$
3. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
   ب. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $x^n\equiv 2^n[5]$.
   ج. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $x+x^2+\cdots\ldots+\ x^n\equiv 2[5]$
4. نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي $\overline{1438}$
   جد أصغر قيمة للعدد α بحيث يكون: $2017^{2018}+2018^{2016}+A\equiv 0[5]$

التمرين الثاني (3ن):

نعتبر المتتاليتان (u_n) و(v_n) المعرفتان بـ: $u_0=0$ و$v_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{3u_n+1}{4} \quad \text{و} \quad v_{n+1}=\frac{3v_n+1}{4}$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq 1\leq v_n$
2. بين أن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n=v_n-u_n$ هندسية ثم استنتج نهايتها.
3. أثبت أن المتتاليتين (u_n) و(v_n) متجاورتان وجد نهايتهما المشتركة.

التمرين الثالث (5ن):

يحتوي كيس على ستة كرات حمراء، أربع منها تحمل الرقم 1 واثنتان تحملان الرقم 2، وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

نعتبر الحدثان: A " سحب كرتين من نفس اللون" و B " سحب كرتين من نفس الرقم"

1- بين أن: $P(A)=\frac{43}{91}$ ثم أحسب $P(B)$.

2- أ. علما أن الكرتان المسحوبتان من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم، ثم استنتج $P(A\cap B)$.

3- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (7.5ن) :

$(I$-نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1+x^2+\ln(x)$.

1. بين الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

2. أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.32<\alpha<0.33$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

$(II$-نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-x+\frac{2+\ln(x)}{x}$، و$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha)=2(\frac{1}{2\alpha}-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ).

6. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

7. أنشئ (T) ،(Δ) و(C_f)،علما أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 و x_1 حيث $0.1<x_0<0.2$ و $1.5<x_1<1.6$.

8. m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $2+\ln x-mx=0$.