اختبار الفصل الثاني في الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ المعرف بـ: $P(z)=z^3-\left(3+2\sqrt{3}\right)z^2+\left(7+4\sqrt{3}\right)z-\left(5+2\sqrt{3}\right)$

I. 1) تحقق أن : $P(z)=\left(z-1\right)Q(z)$.

2) عين $Q(z)$ ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط C,B,A صور الأعداد $z_A=1$ ، $z_B=1+\sqrt{3}-i$ ، $z_C=1+\sqrt{3}+i$ على الترتيب.

1) اكتب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2)نعتبر النقطة ω صورة العدد $1+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ، بين أن ω مركز الدائرة $\left(C\right)$ المحيطة بالمثلث ABC.

3/ حدد $\left(E\right)$ مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\left|\dfrac{z_C-z}{z_B-z}\right|=1$.

4 / عين (Γ') مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق:

$$\arg\left(\frac{Z-1}{Z-1-\sqrt{3}-i}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k.......(k\in Z)$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق أخر يحتوي على كرتين حمراوين و 3 كرات خضراء (الكرات لا نميز بينها عند اللمس).

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 و نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في أن واحد.

نرمز بـ R_1 للحادثة "سحب كرة حمراء من u_1" و بـ A للحادثة " سحب كرتين حمراوين من u_2 "

1) احسب $P(R_1)$ و $P(R_1\cap A)$.

2) تحقق أن $P(A)=\dfrac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان؟

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من u_2 حمراوان ما احتمال أن الكرة المسحوبة من u_1 كانت حمراء.

4) n عدد طبيعي غير معدوم.

نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 و نعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من u_2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2. نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب.

أ) بين أن $P(X=-5)=\dfrac{9n+43}{15(n+5)}$.

ب) أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-3,6]$ حيث $f(x)=-3+\sqrt{x+3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0=6$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) بين أن f متزايدة على $]-3,6]$.

2) حل في المجال $]-3,6]$ المعادلة $f(x)=x$.

3) ارسم المنحنى (C) .

4) مثل دون حسابٍ الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 على محور الفواصل ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

5) برهن بالتراجع إنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$فإن : $u_n>-2$.

6) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $v_n=\ln(u_n+3)$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج. (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $w_n=u_n+3$.

– أحسب بدلالة n الجداء p_n حيث $p_n=w_0\times w_1\times w_2\times\ldots\times w_n$