ثانوية جنات | إختبار الفصل الثاني في | 3 رياضيات
من إعداد : الأستاذة روبيح . | مادة الرياضيات | المدة بالساعات : 3
$2016 - 2017$

التمرين 1 (4 ن)

1 | 1) عين الثنائيات (x,y) من مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ التي تحقق المعادلة (E) حيث :
$(E) : 8x - 5y = 3$

2) ليكن α عدد صحيح نسبي، بحيث توجد ثنائية (p,q) من الأعداد الصحيحة النسبية التي تحقق : $\alpha = 8p + 1$ و $\alpha = 5q + 4$.

1 | أ- بين أن الثنائية (p,q) حلا للمعادلة (E).

1 | ب- إستنتج أن : $\alpha \equiv 9[40]$

1 | 3) نضع $\beta = \alpha + 8$ ، عين أصغر عدد β حيث $\beta > 2008$.

التمرين 2 (4 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z حيث :

$$(E) : z^2 - (1 + i\sin(2\theta))z + \frac{i}{2}\sin(2\theta) = 0.$$

حيث θ عدد حقيقي.

1 | 1) حل المعادلة (E) من أجل $\theta = \frac{\pi}{4}$.

1 | 2) عين بدلالة θ حلول المعادلة (E).

3) لتكن M و M' صورتي حلي المعادلة (E) في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. ، وليكن I منتصف القطعة $[MM']$.

1 | أ- عين إحداثيات النقطة I.

1 | ب- بين أن النقطتين M و M' تنتميان إلى نفس الدائرة لما θ يمسح $\mathbb{R}$ ، يطلب تعين مركزها و نصف قطرها.

التمرين 3 (6 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ نعتبر النقط التالية : $A(1,1,2)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(1,2,1)$ ، $D(0,3,0)$.

0.5 | 1) بين أن النقط A ، B ، C تشكل مستوي.

2) ليكن المستوي (P) ذو المعادلة : $2x - y - z + 1 = 0$.

0.5 | أ- بين أن المستوي (P) هو نفسه المستوي (ABC).

0.5 | ب- أحسب المسافة بين النقطة D و المستوي (P).

3) ليكن المستقيم (Δ) الذي يشمل D ويعامد المستوي (P).

0.5 | أ-أعطي تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

0.5 | ب- عين إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و (P).

0.5 | ج- إستنتج طريقة أخرى لحساب المسافة بين D و المستوي (P).

4) ليكن m عدد حقيقي، و لتكن مجموعة النقط (S_m) المعرفة كما يلي :
$(S_m) : x^2 + y^2 + z^2 - 2m(2x - y - z) - 6y + 6m(m-1) = 0$

0.5 | أ- لما $m = 0$: عين مجموعة النقط (S_0).

1 | ب- بين أن مجموعة النقط (S_m) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω_m ونصف قطرها r.

0.5 | ج- ماهي مجموعة النقط Ω_m لما m يمسح $\mathbb{R}$ ؟

1 | د- عين مجموعة نقط تقاطع (S_0) و (P).

التمرين 4 (6 ن)

⋆ **الجزء الأول**

لتكن u الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $u(x) = 2x^3 - 1 + 2ln|x|$.

1.5 | 1) أدرس إتجاه تغيرات الدالة u ، مع تعيين القيمة الحدية .

0.5 | 2) بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]\frac{1}{2}, 1[$.

0.5 | 3) إستنتج إشارة $u(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

⋆ **الجزء الثاني**

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - \frac{ln|x|}{x^2}$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1 | 1) أدرس تغيرات الدالة f.

0.5 | 2) بين أن : $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{1}{2\alpha^2}$.

2 | 3) أعطي حصرا ل $f(\alpha)$ ، ثم أرسم $(\mathcal{C}_f)$.

⋆ **الجزء الثالث (إضافي)**

من أجل $x \in \mathbb{R}^*$ نضع النقطة $M(x, y)$ من المنحني $(\mathcal{C}_f)$، و $N(x', y')$ نظيرتها بالنسبة لمحور التراتيب

أ- أوجد علاقة بين الثنائية (x, y) و الثنائية (x', y').

ب- إستنتج أن معادلة المنحني الذي تنتمي إليه N لما M تمسح $(\mathcal{C}_f)$ هي $y = -2x - \frac{\ln|x|}{x^2}$.

بالتوفيق إن شاء الله