المستوى : 03 علوم تجريبية

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات **المدة : 03 ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

✎ التمرين الأول :☺☺☺ --(04 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشحي قسم 03 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح أنه مفاجأة إذا عمل بجد و لم ينجح أو نجح ولم يعمل بجد

-نعتبر الحوادث التالية :

T المترشح يعمل بجد، A المترشح ناجح و S المترشح مفاجأة

نختار عشوائيا مترشح من هذا القسم

1)- انقل و أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة

2)- أحسب احتمال الحوادث : $T \cap A$، $T \cap \overline{A}$، $\overline{T} \cap A$. 3)- ما هو إحتمال أن يكون المترشح ناجحا ؟

4)- علما أن المترشح ناجحا ما احتمال أن يكون عمل بجد . 5)- بين أن احتمال S هو 0.125 .

التمرين الثاني:☺☺☺ --(05 نقاط)

1)- ليكن في $\mathbb{C}$ كثير حدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 8z - 6$

أ)- تحقق ان $z_0 = 3$ جذر لـ $P(z)$. ب)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$.

2)- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{u}, \vec{v}\right)$ ، الوحدة : $\left\|\vec{u}\right\| = 2cm$

3)- لتكن النقط : A ، B ، C و I لواحقها على الترتيب : $z_A = 1 + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_B$ ، $z_I = 3$

أ)- أحسب $|z_A - z_I|$ ، $|z_B - z_I|$ و $|z_C - z_I|$ ، ثم إستنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

ب)- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I}$ على الشكل المثلثي، ثم إستنتج طبيعة المثلث IAC .

جـ)- أكتب z_A على الشكل الأسي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $L = \left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا تخيليا صرفا

التمرين الثالث :☺☺☺ ---(05 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=3-\dfrac{9}{4x}$. (C_f) هو تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة .

1)- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على ℕ كما يلي : $U_0=3$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ)- مثل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 على محور الفواصل مستعينا بالمنحنى (C_f) و المنصف الأول في الوثيقة المرفقة

ب)- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

جـ)- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $\dfrac{3}{2}\prec U_n\leq 3$.

د)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

3)- نعرف على ℕ المتتالية (V_n) بـ : $V_n=\dfrac{2}{2U_n-3}$.

ا)- بين ان (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=\dfrac{2}{3}$ ، ثم عين حدها الأول .

ب)- عبر عن V_n بدلالة n ، ثم U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الرابع :☺☺☺ ---(06 نقاط)

الجزء الأول: g دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على ℝ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+2}$.

1)- أدرس تغيرات الدالة g .

2)- استنتج أنه من أجل كل x من ℝ : $g(x)\geq 0$.

الجزء الثاني : f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على ℝ بـ : $f(x)=x-1+xe^{-x+2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)- أ)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب)- بين من أجل كل x من ℝ : $f'(x)=g(x)$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$. جـ)- شكل جدول تغيرات الدالة f

2)- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا . – أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x-1$

3)- بين أن النقطة $I(2,3)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f)

4)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ)، يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

5)- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0\prec\alpha\prec 0.2$.

6)- انشئ : (T) ،(Δ) و (Δ) .

انتـــهى المـــوضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :☺☺☺ --- (04 نقاط)

- **يحتوي كيس على 4 كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و 4 كرات بيضاء مرقمة من 5 إلى 8 و كرتين سوداويتين تحملان الرقمين 9 و 10**
- **نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع** ، أحسب احتمال الحوادث التالية :

1)- الحادثة A «الحصول على كرتان تحملان رقمين فرديين »

2)- الحادثة B « الحصول على كرتان من نفس اللون »

3)- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل إجابتك ؟

4)- الحادثة C « الحصول على كرتان من لونين مختلفين »

5)- الحادثة D «الحصول على كرتان من لونين مختلفين و تحملان رقمين فرديين ».

6)- علما ان الكرتين من لونين مختلفين ، ما احتمال أن يحملان رقمين فرديين ؟

التمرين الثاني :☺☺☺ --- (05 نقاط)

1.(u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على ℕ بحدها الأول u_0 وأساسها r .

أ.عين u_0 و r علما أن:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب.اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. ماذا تستنتج ؟

ب. احسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdot v_n$ ثم احسب الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times \cdots\cdots v_n$

جـ. احسب u_{2018} ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$

التمرين الثالث:☺☺☺ --- (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة ℂ المعادلة (1)..........$(z - \sqrt{2} + 7i\sqrt{2})(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4) = 0$

1) حل في ℂ المعادلة (1) .

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب

$z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$; $z_B = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$; $z_C = \sqrt{2} - 7\sqrt{2}i$.

أ)- أكتب العدد المركب z_A على الشكل الاسي ، ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} + \left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}$

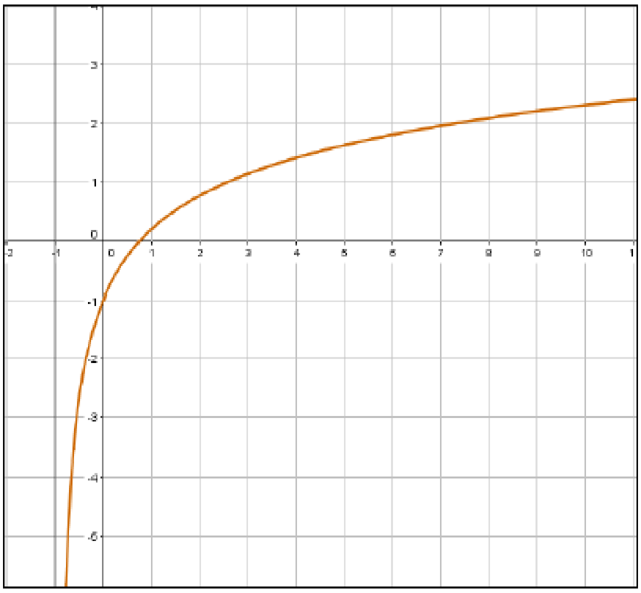
3)- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، **ماذا نستنتج ؟**

4)- أوجد z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ مربع .

التمرين الرابع :☺☺☺ ---(04 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-\frac{1}{1+x}+\ln(1+x)$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الشكل المقابل)،



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0,7;0,8[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي

$f(x)=1-x+x.\ln(1+x)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$,

2) أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

3) أ-أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-أثبت أن $f(\alpha)=1-\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ؛ أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ).

4) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $1+x.\ln(1+x)-m=0$.