الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى : **الثالثة تقني رياضي**

المدة : **03 ساعات**

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

2) بين أنـه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

II) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=0$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أحسب الحدين u_1 و u_2.

2) أ* بين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq u_n \prec u_{n+1} \prec 1$.

ب* استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

III) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n^2-1$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) عبر عن المجاميع التالية بدلالة n:

$$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)+(u_2-1)(u_2+1)+........+(u_n-1)(u_n+1)$$

$$S_n'=(u_0^2-0)+(u_1^2-1)+(u_2^2-2)+........+(u_n^2-n)$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1 / أ* عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $(E):\ 8x-5y=3$

ب* ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m=8p+1$ و $m=5q+4$ ،

بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E)، واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$

جـ * عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2 / أ * أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$.

ب * ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 ؟

3 / ليكن a و b عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a\neq 0$ ، ونعتبر العدد N حيث N يكتب في النظام العشري كما يلي $N=\overline{a00b}$. نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7

أ * تحقق من أن: $10^3\equiv -1[7]$.

ب* استنتج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a\equiv 2[7]$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1/ أ * ا حسب عدد الحالات الممكنة .

ب * احسب احتمالات الأحداث التالية :

A " الحصول على 3 كرات من نفس اللون".　　　　B " الحصول على كرة على الأقل حمراء " .

C " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء ".

2 / نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ * ما هي قيم X ؟

ب * أحسب الاحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$ واستنتج $P(X=2)$.

ج * أحسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1 / ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2 / أ* بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم .

ب* استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 / أ * أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب * أحسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

2 / أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3 / أ * أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=-x+\ln\left(xe^{x}-e^{x}+1\right)$.

ب * استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج * ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4 / أ * أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و $(C_{\ln})$ ؟

ب * ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى $(C_{\ln})$.

5 / بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α ; β حيث: $-1.2\prec\alpha\prec-1.1$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

6 / أ * أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب * أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنيين $(C_{\ln})$ و (C_f) .

7 / m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(E)\ldots\ln\left(x-1+e^{-x}\right)-(e-1)x-1=m \quad .$$

بالتوفيق