

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;0;1)$ ، $B(2;-1;1)$ و $C(0;1;1)$

(1) تحقق أن النقط A ، B و C لا تعين مستويا وحيدا.

(2) (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $0 = 4 + m + z(2 - m) - y + mx$ ، m عدد حقيقي

(أ) بين أن (P_m) مستو من أجل كل عدد حقيقي m .

(ب) بين ان جميع المستويات (P_m) تتقاطع في نفس المستقيم (Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

(3) (أ) أحسب إحداثيات النقطة H المعرفة بـ $\vec{0} = \vec{HC} + e\vec{HB} - 2\vec{HA}$ (أساس اللوغاريتم النيبيري)

(ب) أحسب المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) .

(4) (أ) أوجد (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + e\vec{MC}\| = \sqrt{5}(1+e)$

(ب) أوجد المستويات (P_m) التي تمس المجموعة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \square المعادلة ذات المجهول z : $0 = 4 - 2\sqrt{3}z + z^2 \dots (I)$

ثم اكتب الحلول على الشكل المثلي.

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) ، لتكن النقط A ، B و C التي

لواحقها على الترتيب: $z_A = 2i$ ، $z_B = \sqrt{3} + i$ ، $z_C = \overline{z_B}$ ، وليكن العدد المركب L حيث: $L = \frac{(1-i)z_B}{z_C}$

أ*/ أكتب العدد L على الشكل الأسّي. ثم أحسب L^{2016}

ب*/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيلي صرف.

(3) أ*/ بين أنه يوجد دوران r مركزه B و يحول A الى C ، يطلب تعيين زاويته.

ب*/ استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته .

(4) أ*/ عين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب.

ب*/ عين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $z = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما θ يسمح \square .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) بين أن العدد 2017 أولي.
- (2) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $14119x - 10085y = 22187$ (E) أ* / أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : $14119; 10085 ; 22187$.
- ب* / بين أن الثنائية $(3; 2)$ حلا خاصا للمعادلة (E) ثم عين مجموعة حلولها .
- ج* / عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $\gcd(x; y) = 11$.
- (3) أ* / أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 5^n و 7^n على 11.
- ب* / عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $5^n + 7^{2017}$ قابلا للقسمة على 11.
- (4) ليكن a و b عددان طبيعيين غير معدومين كلا منهما أصغر من 8 ، نعتبر العدد $N = \overline{a01b}$ مكتوب في النظام العشري .
- أ* / تحقق أن: $10^3 \equiv -1[11]$.
- ب* / عين قيم العدد الطبيعي N حيث باقي قسمته على 11 هو 4 ،
- ج* / ثم أكتب هذه القيم في النظام ذي الأساس 11.

التمرين الرابع: (07 نقط)

- نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 0\}$ بـ : $f(x) = x + 1 + 2 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right|$
- (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) أدرس تغيرات الدالة f .
- (2) أ* / بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
- ب* / x عدد حقيقي من D_f : أحسب $f(x) + f(-1-x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
- (3) أ* / برهن انه يوجد مماس (Δ) للمنحنى (C_f) يعامد المستقيم ذو المعادلة $x + 9y = 0$ ، يطلب كتابة معادلته المماس (Δ).
- ب* / بين أن المعادلة: $\left(\frac{x+1}{x} \right)^2 = \frac{1}{e^{x+1}}$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-0.6; -0.5[$ ، ثم فسر النتيجة .
- (4) أ* / أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (D) ذو المعادلة: $y = x + 1$
- ب* / ارسم (Δ) ، (D) ، و (C_f) .
- (5) ليكن المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y = m \left(x + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$ ، و m وسيط حقيقي .
- ** بين أنه عندما يتغير m في \mathbb{R} جميع المستقيمت (D_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

إذا أنت لم تزرع وأبصرت حاصداً ندمت على التفريط في زمن البذر