حل التمرين الأول: (05 نقاط)

1. دراسة بواقي قسمة العدد 3^n على 10

01........

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
$3^n \equiv .[10]$	1	3	9	7

2. إثبات أنّ

$$2013^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv0[10]$$

$2013\equiv3[10]$ معناه : $2013^{16n}\equiv1[10]$

$$2013^{16n+2}\equiv2013^{16n}\times2013^2[10]$$

$$\equiv3^2[10]\equiv9[10]$$

و لدينا : $109\equiv3^2[10]$

$$109^{8n+1}\equiv3^{16n+2}[10]\equiv9[10]$$

$$2013^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv9-18-11[10]$$

$\equiv0[10]$ 01

3. تعيين الأعداد الطبيعية n حيث:

$$7\times3^{n+1}-1\equiv0[10]\,/\,10\prec n\le25$$

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
الباقي هو	0	2	8	6

$n=4k\,/\,10\prec4k\le25$ ومنه $k\in\{3;4;5;6\}$

معناه

$n\in\{12;16;20;24\}$ 01

4. أ . باختصار : $(x;y)=(2;2)$ 01

ب. $A=2009$ 0.5

جـ . كتابة A في النظام ذي الأساس 7 .

$$2009=5\times7^3+6\times7^2$$

و منه A يكتب 5600 في النظام ذي الأساس 7

0.5....

حل التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. لدينا: $x^2+(y-2)+z^2=3^2$ 0.5

ومنه (S) سطح كرة مركزها $w\,(0;2;0)$ ونصف قطرها $R=3$ 0.5

2. أ) لدينا: $d\,(w\,;P)=2$.

بما أن $R>2$ فإن: (S) و (Q) متقاطعان

0.5......

ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي نصف قطرها $r=\sqrt{R^2-2^2}=\sqrt5$ و مركزها $H\left(\frac43;\frac23;\frac23\right)$

حيث. H المسقط العمودي لـ: w على (Q).

01............

3. لدينا: الجملة $(\mathrm{I})\begin{cases}x=2t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$

هي تمثيل وسيطي (Δ).

أ- بما أن معادلة (P_m) محققة من أجل الجملة (I)

فإن $(\Delta)\subset(P_m)$ 01

ب- (P_m) مماس لـــ: (S) يكافئ $d\,(w\,;P_m)=3$.

أي من أجل $m=0$ 01

جـ- لدينا: $\vec{n}_P\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ و $\vec{n}_{P_m}\begin{pmatrix}2m\\1-2m\\m\end{pmatrix}$.

$(P)\perp(P_m)$ يكافئ $\vec{n}_P.\vec{n}_{P_m}=0$.

وعليه نجد: $m=\frac29$ 0.5

حل التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) الدالة f المعرّفة بـ: $f(x)=-x+2+2\ln(x+1)$

1. تعيين النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

- $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)=-\infty$ (مع الطريقة)

0.5.........

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ (مع الطريقة)

0.5.........

2. تبيان أن المنحني (C_f) لايقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-1$ ، و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(-x)=+\infty$

إذن عند $+\infty$ لا يقبل (C_f) مقاربا مائلا وإنما يقبل فرعا من قطع مكافئ بإتجاه المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ 0.5

3. دراسة إتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول التغيرات :

الدالة f تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها ويكون

$$f'(x) = \frac{-x+1}{x+1}$$

إشارة f '(x) من إشارة $(-x+1)$

01................

جدول إشارة $f\,'(x)$:

x	-1	1	$+\infty$
$f\,'(x)$	$+$	0	$-$

إذن لما $x\in]-1;1]$ f متزايدة ،

ولما $x\in]-1;1]$ f متناقصة. 0.25

• جدول التغيرات: 0.75

x	-1	1	$+\infty$
$f\,'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	$1+\ln 4$	$\searrow -\infty$

4. إثبات أن (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 :

أي: $f\,'(x_0)=1$ تكافئ: $\frac{-x_0+1}{x_0+1}=1$ ، $x_0\in D$

ومنه: $x_0=0$، ومعادلة المماس هي: $y=x+2$

01.........

5. إثبات أن المستقيمات (Δ_λ) تشترك في نقطة واحدة:

لدينا: $\lambda(x+2)-y=0$ فيكون: $(x+2=0)$ و $(y=0)$

ومنه $(x=-2)$ و $(y=0)$

إذن كل المستقيمات تشترك في النقطة $B(-2;0)$

01..........

6. أ) تبيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة F.

• الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما و $f(5)\times f(6)<0$.

إذن (ح م ق م)فإن: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و $\alpha\in]5;6[$

أي أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $F(\alpha;0)$

0.5.....

ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1;1]$ ؟

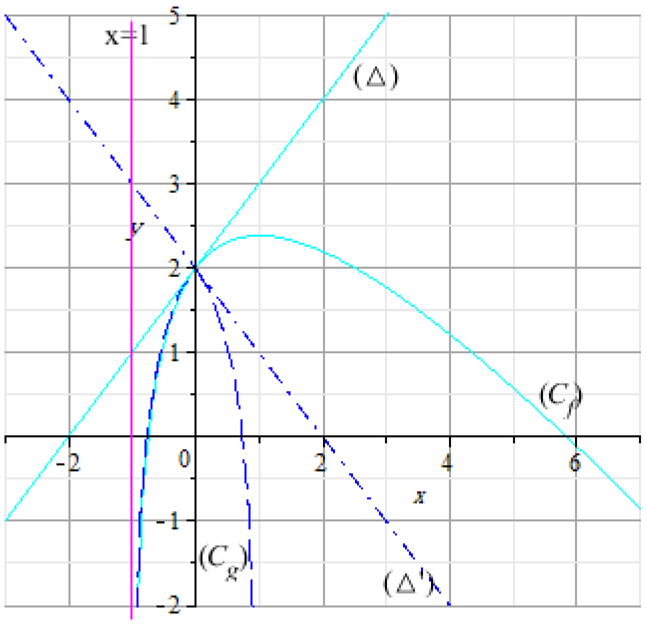
• الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما

• ولدينا: $f(1)\approx 2,38$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=-\infty$ أي أن:

$$\left[\lim_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)\right]\times f(1)<0$$

إذن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة

0.5... $K(\beta;0)$



II) g الدالة المعرّفة بـ:

$g(x)=|x|+2+2\ln(1-|x|)$

1. إثبات أن الدالة g زوجية على $D_g=]-1;1[$:

- مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو الفاصلة: $x=0$

- $g(-x)=g(x)$، إذن الدالة g زوجية. 0.5

2. تبيان أن (C_g) يقبل مماسين متعامدين :

على المجال $]-1;0[$ (C_g) يقبل مماسا (Δ) معادلته $y=x+2$

لكن الدالة زوجية على المجال $]-1;1[$ إذن الدالة g تقبل مماسا (Δ') على المجال $[0;1[$ معادلته $y=-x+2$ حيث:

$a_{(\Delta)}=1$

و $a_{(\Delta')}=-1$ إذن: $aa'+1=0$: $(\Delta)\perp(\Delta')$ 01........

3. رسم المنحني (C_g): لدينا: الدالةعبارة $g(x)$ هي:

$$\begin{cases} g(x)=-x+2+2\ln(x+1) & x\in]-1;0[\\ g(x)=x+2+2\ln(-x+1) & x\in]0;1[\end{cases}$$

ومنه على المجال $]-1;0]$: (C_g) ينطبق على (C_f)، ثم نناظر الرسم على المجال $[0;1[$ لأن الدالة g زوجية.

01.........

بالتوفيق في بكالوريا 2016

7. إنشاء (C_f) و (Δ): 01

$f(1)=1+\ln(2)\simeq 2,38$ (نقطة حدية كبرى
$(1;1+\ln(2))$)