الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربـــــــــــية الوطنية	ثانويـــــــــــة جبابري امحمد
تصحيح اختبار الفصل الثاني	السنة الدراسية: 2015 – 2016
المستوى : 3 ثانوي / الشعبة:علوم تجريبية	المادة : رياضيات / عدد الصفحات :4
إعــــــداد:	الأستـاذ: يوسفي عبد الرحمن

محاور	عنـاصـر الإجابـة	العلامة

التمرين الأول:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث $(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

1- اثبات ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

لدينا $a=-2;b=-2;c=-4;d=-3$ ومنه $x_\Omega=-\dfrac{a}{2}=1; y_\Omega=-\dfrac{b}{2}=1; z_\Omega=-\dfrac{c}{2}=2$ و

$r^2=x^2+y^2+z^2+d=9$ ومنه $\Omega(1;1;2)$ و $r=3$

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$

- التحقق ان B تنتمي الى (S). لدينا $(3-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2=3$ محقق اي $B\in(S)$
- المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B. شعاعه الناظمي $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$

ومنه $B\in(Q)$ يعني ان $d=-8$ أي $(Q): 2x+y-2z-8=0$

3- اثبات ان (P) و (Q) متعامدان

$\vec{n}_{(P)}(1;2;2)$ و $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$ ومنه $\overrightarrow{\Omega B}.\vec{n}_{(P)}=2+2-4=0$ (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ والموازي للمستويين (P) و (Q).

- تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D). شعاع توجيهه $\vec{u}(a,b,c)$ يحقق $\begin{cases}\vec{u}.\overrightarrow{\Omega B}=0\\ \vec{u}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}$

ومنه نحل الجملة $\begin{cases}2a+b-2c=0\\ a+2b+2c=0\end{cases}$ ناخذ c ثابت نجد $a=-b$ و $b=-2c$ اذن $\vec{u}(2,-2,1)$

اذن $t\in\mathbb{R}$ $(D):\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t+1\\ z=t+1\end{cases}$

- البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D). و بوضع النقطة H مسقطها العمودي نجد $\overrightarrow{\Omega H}(2t;-2t;t-1)$

ومنه $\left(t=\dfrac{1}{7}\right)$; $\overrightarrow{\Omega H}\vec{u}=0; 4t+4t+t-1=0$ أي $\overrightarrow{\Omega H}\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{2}{7};-\dfrac{6}{7}\right)$ ومنه $\Omega H=\dfrac{\sqrt{44}}{7}$

اثبات ان (D) يقطع (S) في نقطتين .(تحديدهما غير مطلوب)

$r=3$ و $\Omega H=\dfrac{\sqrt{44}}{7}\simeq 1$ اذن $\Omega H<r$ يعني ان (D) يقطع (S) في نقطتين .

التمرين الثاني:

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع : $p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- حساب $p(-2\sqrt{2})$.

$$p(-2\sqrt{2})=\left(-2\sqrt{2}\right)^3+(2\sqrt{2}-4)\left(-2\sqrt{2}\right)^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{2}\right)+16\sqrt{2}$$

$$p(-2\sqrt{2})=-16\sqrt{2}+16\sqrt{2}-32-16\sqrt{2}+32+16\sqrt{2}=0$$

2- اثبات ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

$$p(z)=z^3+az^2+bz+2\sqrt{2}z^2+2\sqrt{2}az+b2\sqrt{2}$$

$$p(z)=z^3+z^2\left(a+2\sqrt{2}\right)+z\left(b+2\sqrt{2}a\right)+b2\sqrt{2}$$

بالمطابقة نجد $a=-4;b=8$

ومنه $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)$

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

أي ان $\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)=0$ ومنه $z=-2\sqrt{2}$ و z^2-4z+8 أي $Z=2+2i$ و $Z=2-2i$

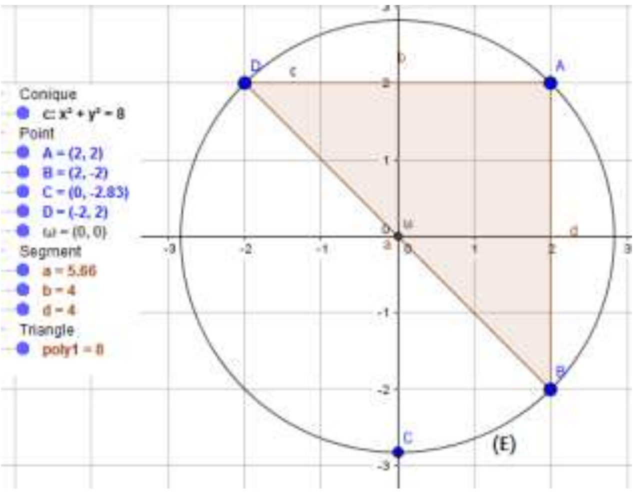
II/ نضع النقط $C;B;A$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- تعليم النقط $C;B;A$.

2- حساب طويلة لواحق النقط $C;B;A$ لدينا $|Z_A|=|2+2i|=2\sqrt{2}$ و $|Z_B|=|2-2i|=2\sqrt{2}$ و

$|Z_C|=\left|-2\sqrt{2}\,i\right|=2\sqrt{2}$

نستنتج ان النقط $C;B;A$ تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) ذات المركز **0** ونصف قطرها $r=2\sqrt{2}$



3- عمدة العدد المركب Z_A:

$$\arg\left(Z_A\right)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=\frac{\pi}{4}$$

و عمدة العدد المركب: Z_B :

$$\arg\left(Z_B\right)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=-\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=-\frac{\pi}{4}$$

اثبات ان

$$\left(\vec{OB};\vec{OA}\right)=\left(\vec{OI};\vec{OA}\right)-\left(\vec{OI};\vec{OB}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

لدينا $\frac{z_D+z_B}{2}=0$ ومنه $z_D=-2+2i$

5- اثبات ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=\frac{2-2i-2-2i}{-2+2i-2-2i}=i=e^{i\pi/2}$ العدد تخيلي صرف موجب

تفسير النتيجة المثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين

6- لتكن (E') مجموعة النقط $\boldsymbol{M}$ ذات اللاحقة $\boldsymbol{Z}$ حيث : . $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$

أ) التحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E') .

$z_D=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ يعني ان $-2+2i=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ وبما ان $|z_D|=|-2+2i|=2\sqrt{2}$ فان $D\in(E')$

ب) المجموعة (E') هي دائرة مركزها **0** ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ ثم أنشئها .

التمرين الثالث:

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) تغيرات الدالة g. نعلم ان $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}=0;\lim_{x\to0}\frac{\ln(x)}{x^2}=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=1$ و $\lim_{x\to0} g(x)=\lim_{x\to0}1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=+\infty$

المشتقة g دالة تقبل الاشتقاق و دالتها المشتقة

$$g'(x)=-\frac{3\times8x}{16x^4}-\left(\frac{3(2x^2)}{x}-(4x)3\ln(x)\right)\frac{1}{4x^4}=-\frac{6x}{4x^4}-(6x-12x\ln(x))\frac{1}{4x^4}$$

ومنه $g'(x)=\frac{-6x-6x+12x\ln(x)}{4x^4}=\frac{-3+3\ln(x)}{x^3}$

اشارة المشتقة $g'(x)=0$ يعني ان $-3+3\ln(x)=0$ ومنه $x=e$

جدول التغيرات $g(e)=1+\frac{3}{4e^2}-\frac{3\ln(e)}{2e^2}=$

x	0		e		$+\infty$
$-3+3\ln(x)$		-	**0**	+	
$x=e$			+		
$g'(x)$		-	**0**	+	
$g(x)$	$+\infty$	↘	**1**	↗	0

2) المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين

الاول هو $x=0$ لان $\lim_{x\to0} g(x)=+\infty$ والثاني هو $y=1$ لان $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$

3) وضعية المنحنى بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.

لدينا

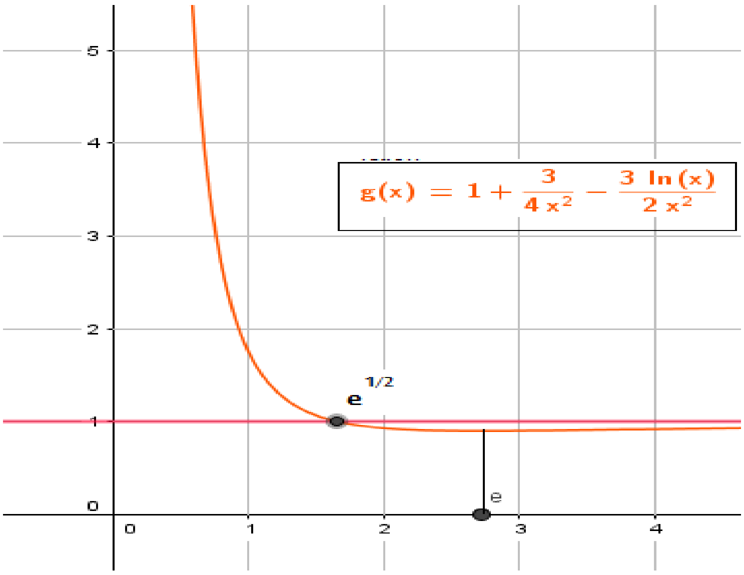
$$g(x)-1=\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=\frac{3-6\ln(x)}{4x^2}$$

ومنه $g(x)-1=0$ يعني $x=e^{\frac{1}{2}}$ أي

لما $x\in\left]0;e^{\frac{1}{2}}\right[$ المنحنى (C_g) فوق $y=1$

ولما $x\in\left]e^{\frac{1}{2}};+\infty\right[$ المنحنى (C_g) تحت $y=1$

4) أنشئ (C_g).



5) من المنحنى و مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=+\infty$, $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0} x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=+\infty$.

ت) بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

الدالة f تقبل الاشتقاق حيث : $f'(x)=1-\frac{12}{16x^2}+\left(\frac{3}{x}2x-6\ln x\right)\frac{1}{4x^2}=1-\frac{3}{4x^2}+\frac{3}{2x^2}-\frac{3\ln x}{2x^2}$

ومنه $f'(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=g(x)$ من خلا المنحنى (C_g) وبما ان $g(x)>0$, $x\in]0,+\infty[$

الدالة f متزايدة على المجال $]0,+\infty[$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

(2 أ) ثبات أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f)

لدينا $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=0$ ومنه $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني

ب) وضعية"المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

$[f(x)-x]=\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=0$ ومنه $3+6\ln x=0$ اي ان $x=e^{-2}$

$x\in]0;e^{-2}[$ المنحنى (C_f) فوق (D) ولما $x\in]e^{-2};+\infty[$ المنحنى (C_f) تحت (D)

ث) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]\frac{1}{2},1[$

بما ان الدالة f متزايدة على المجال $]0,+\infty[$ ومستمرة فهي متزايدة ومستمرة على المجال $]1/2,1[$

وبما ان $f(1)\simeq 1,75$ و $f(0,5)=-0,08$ وبما ان $f(1)\times f(0,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة

$f(\alpha)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\alpha\in]\frac{1}{2},1[$

نتستنتج بيانيا ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α

(3 النقطة الوحيدة **B** يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) أي $f'(x)=1$ ومنه $f'(x)-1=0$

$\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=0$ أي $g(x)-1=0$

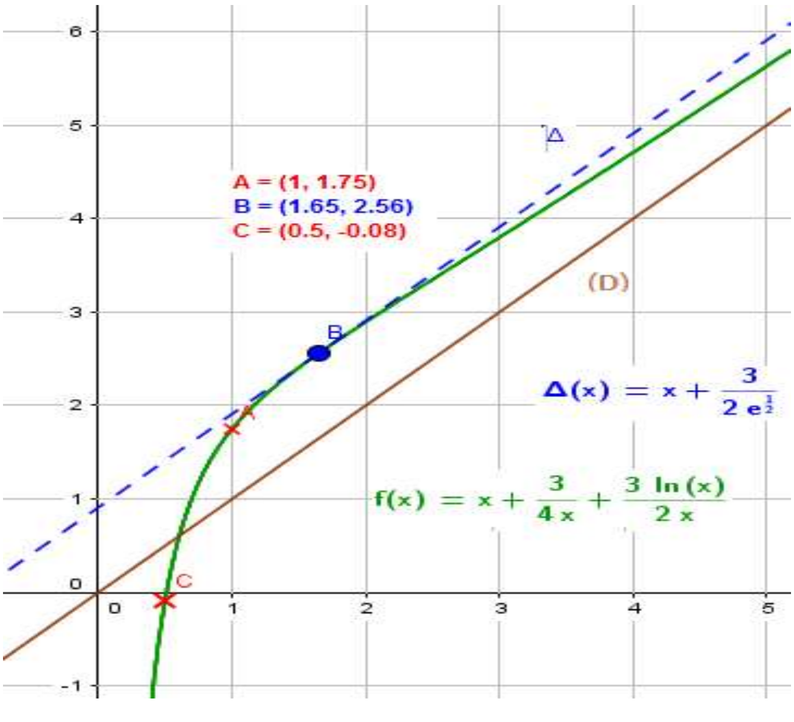
ومنه يعني $x=e^{\frac{1}{2}}$

ب) معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة **B** هي : $y=x+\frac{3}{2\sqrt{e}}$.

لان $y=\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$ ومنه

$y=\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+\frac{3+2e}{2\sqrt{e}}=x+\frac{3}{2\sqrt{e}}$

(4 الرسم



(5 المناقشة البيانية

$m\in\left]-\infty;\frac{3}{2\sqrt{e}}\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد

$m\in\left]\frac{3}{2\sqrt{e}};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول