

التمرين الأول: (05 ن)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتيية حيث $x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء والتي تحقق: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$

1- بين ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r .

2- $B(3; 2; 0)$ نقطة من الفضاء .

- تحقق ان B تنتمي الى (S).

- اكتب المعادلة الديكارتيية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B .

3- بين ان (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1; 1; 1)$ والموازي للمستويين (P) و (Q).

- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

- احسب البعد بين النقطة Ω والمستقيم (D).

بين ان (D) يقطع (S) في نقطتين. (تحديدهما غير مطلوب)

التمرين الثاني: (06 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

|| من اجل كل عدد مركب z نضع: $p(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$

1- احسب $p(-2\sqrt{2})$.

2- بين ان $p(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 + az + b)$ حيث $a; b$ عدنان حقيقيان يطلب تحديدهما.

3- حل في \mathbb{C} مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z) = 0$.

|| نضع النقط $A; B; C$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A = 2 + 2i, Z_B = 2 - 2i, Z_C = -2\sqrt{2}i$

1- علم النقط $A; B; C$.

2- احسب طويلة لواحق النقط $A; B; C$ ثم بين انها تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة

3- احسب عمدة العدد المركب Z_A وعمدة العدد المركب Z_B . ثم اثبت ان $(\vec{OB}; \vec{OA}) = \frac{\pi}{2}$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

5- بين ان $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم فسر النتيجة

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $z = 2\sqrt{2}e^{i\theta}$.

(أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E').

(ب) عين طبيعة المجموعة (E') ثم أنشئها.

التمرين الثالث: (09 ن)

المنحنى البياني (C_h) للدالة h المعرفة على

$$h(x) = \frac{-3 + 3\ln(x)}{x^3} \text{ ب: المجال }]0, +\infty[$$

(1) دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على

$$g(x) = 1 + \frac{3}{4x^2} - \frac{3\ln(x)}{2x^2} \text{ بالشكل: المجال }]0, +\infty[$$

وليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى

معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) بين ان $g'(x) = h(x)$

(2) أدرس تغيرات الدالة g .

(3) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيينهما.

(4) أدرس وضعية المنحنى بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.

(5) أنشئ (C_g).

(6) استنتج أنه مهما يكن $x \in]0, +\infty[$, $g(x) > 0$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بالشكل: $f(x) = x + \frac{3}{4x} + \frac{3\ln x}{2x}$

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

(ب) بين أنه مهما يكن $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) أدرس وضعية "المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)"

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\left] \frac{1}{2}, 1 \right[$ ما ذا تستنتج بيانيا؟

(3) (أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يكون عندها المماس للمنحنى (C_f) موازيا لـ (D) يطلب تعيين إحداثيها.

(ب) بين أن معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة B هي: $y = x + \frac{3}{2\sqrt{e}}$.

(4) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان (D) و (Δ)

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

تعطى $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^n} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ و $f(e^2) = \frac{3+2e}{2\sqrt{e}}$ و $\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$