الامتحان الفصلي الثاني

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية.

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05,5 نقاط) :

نعتبر في المستوي المركّب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: i ، $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و -1.

1. نعتبر التحويل S المعرّف بـ : $z'=2e^{i\frac{\pi}{3}}z+1-i$.
   أ / اكتب العبارة المركبة لهذا التحويل بشكل أبسط.
   ب / ما طبيعة التحويل S وما عناصره المميّزة؟
2. أ / عيّن لواحق النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C بالتحويل S.
   ب / بيّن أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان.
3. عيّن لاحقة النقطة G حيث G مرجّح الجملة $\{(A;3);(B,1);(C,-2)\}$
   أ / عيّن لاحقة النقطة G' مرجّح الجملة $\{(A';3);(B',1);(C',-2)\}$.
   ب / عيّن $z_{G'}$ حيث : $G'=S(G)$. ماذا تستنتج؟
4. نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'}=3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$
   أ / بيّن أن : $\overrightarrow{GM'}=\overrightarrow{MG}$
   ب/ ما طبيعة التحويل T وما عناصره المميّزة؟
   ج / عيّن لواحق النقط D ، E و F صور النقط A ، B و C بالتحويل T.
   د / بيّن أن المثلثين ABC و EDF متقايسان.

التمرين الثاني (04 نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$ ، المستوي (P) يمرّ بالنقطة B والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له، المستوي (Q) معادلته الديكارتية $x-y+2z+4=0$ سطح الكرة (S) مركزه A ونصف قطره AB.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).
2. حدّد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S).
3. أ / احسب بعد النقطة A عن المستوي (Q). واستنتج أنّ المستوي (Q) يمسّ سطح الكرة (S)
   ب/ هل يمسّ المستوي (P) سطح الكرة (S) ؟
4. بيّن أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q)هي النقطة $C(0;2;-1)$.
5. بيّن أن (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (D) حيث تمثيله الوسيطي هو: $\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \\ z=4-3t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

6. تحقّق من أنّ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D).
7. نسمي (R) المستوي المعرّف بالنقطة A والمستقيم (D) بمعنى: $A \in (R)$ و $(D) \subset (R)$
هل هذه العبارة خاطئة " المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ "

التمرين الثالث (04 نقاط):

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n}$.

أ / احسب u_1 ، u_2 و u_3.
ب / أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \le u_n \le 3$
ج / ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$

أ / بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0.
ب / اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.
ج / استنتج نهاية المتتالية (u_n) ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

التمرين الرابع (06,5 نقاط):

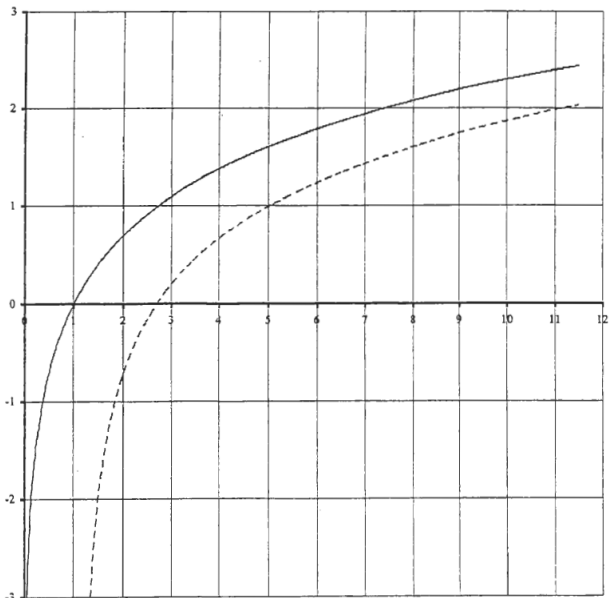
لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - \dfrac{1}{\ln x}$. نسمّي (C) التمثيل البياني للدالة f و Γ المنحني الذي معادلته $y = \ln x$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.الشكل المقابل

1. ادرس تغيّرات الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.
2. أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
3. نريد البحث عن المماس للمنحني (C) المار من المبدأ O .

أ / a عدد حقيقي أكبر تماما من 1. بيّن أن المماس T_a للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها a المار بمبدأ المعلم يحقق : $f(a) - af'(a) = 0$

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - xf'(x)$.

ب / بيّن أنّه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ و المعادلة: $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.



ج / بعد دراسة تغيّرات الدالة u المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$ بيّن أنّ u تنعدم مرة واحدة على $\mathbb{R}$.
د / استنتج وجود مماس وحيد للمنحني (C) مار من مبدأ المعلم O .المنحنيان (C) و Γ ممثلان اسفل الصفحة، انقل الشكلين بدقة على ورقة الإجابة ثم انشئ المماس T_a بعناية مع تحديد المنحيين على هذه الوثيقة
هـ / m عدد حقيقي ، نعتبر المعادلة $f(x) = mx$. بقراءة بيانية أوجد حلول المعادلة السابقة والتي تنتمي إلى المجال $]1;10]$

أستاذ المادة: أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

لكل سؤال أربعة اقتراحات واحدة منها صحيحة ، اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، t و t' وسيطان حقيقيان.

- المستوي (P) معادلته $x-2y+3z+5=0$
- المستوي (S) تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+t+2t' \\ y=-t-2t' \\ z=-1-t+3t' \end{cases}$ والمستقيم (D) تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-t \\ z=-1-t \end{cases}$
- نعتبر النقطتين $M(-1;2;3)$ و $N(1;-2;9)$.

1. التمثيل الوسيطي للمستوي (P) هو:

أ	$\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$	ب	$\begin{cases} x=t+2t' \\ y=1-t+t' \\ z=-1-t \end{cases}$	ج	$\begin{cases} x=t+t' \\ y=1-t-2t' \\ z=-1-t-3t' \end{cases}$	د	$\begin{cases} x=1+2t+t' \\ y=1-2t+2t' \\ z=-1-t' \end{cases}$

2.

أ	المستقيم (D) والمستوي (P) متقاطعان في $A(-8;3;2)$	ب	المستقيم (D) والمستوي (P) متعامدان
ج	المستقيم (D) محتوى في المستوي (P)	د	المستقيم (D) والمستوي (P) متوازيان تماما

3.

أ	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متعامدان	ب	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متوازيان
ج	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متقاطعان	د	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متطابقان

4.

أ	المستوي(P) والمستوي (S) متعامدان	ب	المستوي(P) والمستوي (S) متوازيان
ج	المستقيم (Δ) الممثّل وسيطيا بـ: $\begin{cases} x=t \\ y=-2-t \\ z=-3-t \end{cases}$ هو مستقيم تقاطع المستوي(P) والمستوي (S)	د	النقطة M تنتمي الى تقاطع المستوي(P) والمستوي (S)

التمرين الثاني (05,5 نقاط):

نعتبر في المجال $I=[0;1]$ الدالة f المعرّفة بـ $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$.

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم استنتج أنه من أجل كل x من I $f(x)$ تنتمي الى I.

2. نعتبر المتتالية (u_n) بـ : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+4}$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n تنتمي I.

لدراسة المتتالية (u_n) نعتمد طريقتين مختلفتين.

الطريقة الأولى: 3. أ / مثّل بيانيا المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ والتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس وحدة الرسم $10cm$يمكن استعمال جدول القيم لرسم التمثيل البياني للدالة f.

ب / باستعمال التمثيل البياني السابق مثل الحدود u_0 ، u_1 و u_2. ثم ضع تخمينا حول اتجاه المتتالية (u_n) وتقاربها.

ج / تحقّق من أنّ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

د / أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أثبت أن نهايتها l تحقّق $f(l)=l$ ثم احسب l.

الطريقة الثانية: تعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$.

3. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n.
4. استنتج نهاية المتتالية (u_n) وتقاربها.

التمرين الثالث (05,5 نقاط):

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8z+20=0$

نعتبر في المستوي المركّب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $-2i$ ، $4-2i$ ، $4+2i$ و 1

2. مثل هذه النقط في المعلم ثم استنتج طبيعة المثلّث ABC.

من أجل نقطة M تختلف عن A ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z'=\dfrac{z-4-2i}{z+2i}$

3. عين مجموعة النقط M بحيث z' حقيقي .
4. عين مجموعة النقط M بحيث $|z'|=1$
5. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي z يختلف عن $-2i$: $z'-1=\dfrac{-4-4i}{z+2i}$
6. احسب $|-4-4i|$ ثم استنتج أن: $DM'.AM=4\sqrt{2}$
7. بين أنه إذا كانت M نقطة من الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع(05 نقاط):

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(\dfrac{2e^{2x}+1}{e^x+2}\right)$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بينّ أن: $f(x)=x+\ln 2+\ln\left(\dfrac{1+\frac{1}{2}e^{-2x}}{1+2e^{-x}}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها.
3. ليكن (C_f) المنحنى الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس حيث $\|\vec{i}\|=3$

بين أن المستقيم $(\Delta): y=x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

4. بيّن أن نقطة تقاطع مقاربي المنحنى (C_f) تنتمي إلى (C_f)
5. أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) ومقاربيه.
6. اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0
7. أنشئ المنحني (C_f)