فيفري 2010

الـمـدة: 03سا

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

الشعبة : الثالثة ثانوي
علوم تجريبية 3ASS

الموضوع الأول

التمرين الأول (06 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = -1 + x + 2\ln(x)$.

1) أ ـ ادرس تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$

ب ـ ضع جدول تغيرات الدالة g .

2) أ ـ احسب $g(1)$ ثم حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

ب ـ استنتج أن : $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$. لما $x>1$

$g\left(\frac{1}{x}\right)>0$. لما $0<x<1$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \quad ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن f دالة مستمرة في النقطة 0 على اليمين .

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة 0 على اليمين . ما هو التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عنها ؟

3) ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) أ ـ بين أن : $f'(x)=x.g\left(\frac{1}{x}\right)$ مهما يكن $x\in\ ]0;+\infty[$

ب ـ ضع جدول تغيرات الدالة f .

5) بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,+\infty[$ و أن $1<\alpha<2$.

6) أ ـ تحقق أن معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y=x$.

ب ـ بين انه لما $x\in\ ]0,1[$ فإن $f(x)>x$

ج ـ استنتج الوضع النسبي للمنحنين (C) و (T) .

7) أنشئ المنحنى (C) .

التمرين الثاني (06 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثلين الوسيطيين الآتيين :

$(\Delta):\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\lambda \quad ;\lambda\in\mathbb{R} \\ z=-2-2\lambda \end{cases}$ $\qquad (\Delta'):\begin{cases} x = 6+\alpha \\ y = 1-2\alpha \quad ; \alpha\in\mathbb{R} \\ z = 5+\alpha \end{cases}$

1. بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي .
2. A نقطة كيفية من (Δ) و B نقطة كيفية من (Δ') .
   - عين إحداثيات النقطتين A و B بحيث يكون المستقيم (AB) عمودياً على كل من (Δ) و (Δ')
   - أحسب الطول AB .
3. عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .
4. أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P) . ما ذا تلاحظ ؟

التمرين الثالث (08 نقاط)

في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و التجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

$z_A=1-i$ و $z_B = 3+i$ و $z_C=-3$ و $z_D = 2$.

نعتبر التطبيق f الذي يرفق كل نقطة M ذات اللاحقة z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث :
$z' = z^2-4z$.

1. حدد A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتطبيق f على التوالي .
2. أ ـ بين أن $OMCM'$ متوازي الأضلاع إذا و فقط إذا كان : $z^2-3z+3=0$.

   ب ـ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-3z+3=0$.
3. أ ـ عبر عن : $z'+4$ بدلالة $z-2$.

   ب ـ استنتج أن : $|z'+4|=|z-2|^2$ ثم عبر عن $\arg(z'+4)$ بدلالة $\arg(z-2)$.

   ج ـ بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها D و نصف قطرها 2 فإن النقطة M' صورة النقطة بالتطبيق f تنتمي إلى دائرة ينبغي تحديد مركزها و نصف قطرها .