

## تصحيح الاختبار

### التمرين الاول

(1) تعين قيمة  $U_0$  حتى تكون  $(u_n)$  ثابتة هي  $U_0 = 2$

(2) البرهان بالتراجع لتكن الخاصية  $p(n)$  من اجل كل عدد طبيعي  $n$   $U_n \leq 2$

المرحلة الاولى اثبات صحة  $p(0)$

المرحلة الثانية نفرض ان  $p(n)$  صحيحة من اجل كل عدد طبيعي  $n$   $U_n \leq 2$

ونرهن ان الخاصية  $p(n+1)$  صحيحة من اجل كل عدد طبيعي  $n$   $U_{n+1} \leq 2$

(3) اثبات ان متزايدة نحسب الفرق  $u_{n+1} - u_n$  نجد  $u_{n+1} - u_n \geq 0$

الاستنتاج المتتالية متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

(4) اثبات ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية

لدينا  $V_{n+1} = U_{n+1} - 2$  بالتعويض نجد  $V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n$  ومنه  $(V_n)$  متتالية هندسية اساسها  $q = \frac{1}{3}$

(5) ا) عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$  من اجل كل عدد طبيعي  $n$   $V_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ب) عبارة الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$  من اجل كل عدد طبيعي  $n$   $u_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0 \quad -1 < q < 1$$

$$S_n = \left[ \frac{9}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - \frac{9}{2} \right] \text{المجموع}$$